

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ДИЗАЙНА И ТЕХНОЛОГИИ»

На правах рукописи

**Лысогорский Александр Евгеньевич**

Разработка манипуляционного механизма параллельной структуры для по-  
ступательных и вращательных движений в системе технологического транс-  
порта текстильного предприятия

Специальность 05.02.13 - Машины, агрегаты и процессы  
(легкая промышленность)

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель  
доктор технических наук,  
профессор Глазунов В.А.

**Москва – 2014**

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	4
<b>Глава 1. Основы построения механизмов параллельной структуры</b> .....	8
<b>1.1 Структурные группы пространственных механизмов.</b> .....	8
<b>1.2 Механизмы параллельной структуры с точки зрения их применения.</b> .....	10
<b>Глава 2. СТРУКТУРА МЕХАНИЗМОВ С ТРЕМЯ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ЦЕПЯМИ, ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ ПОСТУПАТЕЛЬНЫХ И ВРАЩЕЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ.</b> .....	35
<b>2.1. Структурный анализ и синтез механизмов параллельно-переменной структуры с поступательными и сферическими движениями выходного звена и вращательными двигателями.</b> .....	35
<b>2.2. Структурный анализ механизмов параллельно-переменной структуры с поступательными и сферическими движениями выходного звена и поступательными двигателями.</b> .....	45
<b>Глава 3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ДЛЯ ПОСТУПАТЕЛЬНЫХ И ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ</b> .....	54
<b>3.1 Кинематический анализ поступательно направляющего механизма.</b> .....	54
<b>3.2. Кинематический анализ сферического механизма</b> .....	63
<b>Глава 4. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНО-ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ, ВЫПОЛНЯЮЩИХ ПОСТУПАТЕЛЬНЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ</b> .....	73
<b>4.1 Динамический анализ механизма параллельно-переменной структуры, представляемого в виде нелинейной колебательной системы.</b> .....	73
<b>4.2 Динамический анализ механизма параллельно-переменной структуры, при наличии внешних воздействий.</b> .....	80

<b>Глава 5. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ И НАТУРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНО-ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ .....</b>	<b>94</b>
<b>5.1 Алгоритмы управления механизмом параллельно-переменной     структуры, совершающего поступательные движения. ....</b>	<b>94</b>
<b>5.2 Натурное моделирование механизма параллельно-переменной     структуры. ....</b>	<b>106</b>
<b>Заключение .....</b>	<b>113</b>
<b>Список литературы. ....</b>	<b>115</b>

## ВВЕДЕНИЕ

### **Актуальность темы.**

На текущий момент характеризуется тем, что существует необходимость всесторонней автоматизации производства, в частности текстильной промышленности. Существенным фактором, в данном случае, является необходимость импортозамещения, сформулированная руководством нашей страны. Особую роль в решении данной задачи могут сыграть манипуляционные механизмы параллельной структуры в силу того, что они обладают относительно простой конструкцией, но повышенными показателями по грузоподъемности и производительности. Эти устройства отличает наличие нескольких кинематических цепей, каждая из которых либо содержит двигатель, либо налагает некоторое число связей на движения рабочего органа. Проведенные исследования показали, что одними из самых наиболее востребованных операций, является перемещение рабочего органа с постоянной ориентацией либо вращательные движения, при которых сохраняется положение некоторой точки выходного звена. Возникает проблема – нельзя ли в одном устройстве совместить эти операции так, чтобы манипулятор имел бы только три степени свободы, а изменение положений его элементов позволяли бы обеспечить указанные движения. В частности, подобные технические задачи могут встретиться при разработке систем, связанных с лазерной абляцией, когда некоторая часть материала удаляется от заготовки для того, чтобы получить требуемое изделие. При этом, луч лазера мог бы перемещаться с помощью разрабатываемого механизма так, чтобы рабочий орган совершал поступательные либо вращательные движения. Данная работа посвящена разработке и исследованию механизмов параллельной структуры подобного рода. В силу указанных обстоятельств, тема данной диссертации представляется актуальной.

**Целью данной работы** является создание новых манипуляционных механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия. Для достижения поставленной цели должны быть решены **задачи**, в ходе которых необходимо:

- Проведение структурного синтеза манипуляционных механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений, предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия.;
- Проведение кинематического манипуляционных механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений, предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия.;
- Проведение динамического анализа манипуляционных механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений, предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия.;
- Проведение численного и натурного моделирования манипуляционных механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия.;

**Научная новизна** заключается в следующем:

- Разработаны алгоритмы структурного синтеза манипуляционных механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений, предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия.

- Разработаны алгоритмы кинематического анализа манипуляционных механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений, предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия.
- Разработаны алгоритмы динамического анализа манипуляционных механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений, предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия.
- Разработаны численные и натурные модели манипуляционных механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений, предназначенных для системы технологического транспорта.

### **Практическая значимость.**

Разработанные механизмы могут быть эффективно использованы в аддитивных технологиях, а также в лазерной абляции. Итоговые результаты позволят повысить эффективность, точность и технические способности манипуляционных систем на предприятиях текстильной и легкой промышленности. Об этом можно судить благодаря созданных структурных схем, алгоритмов, программ манипуляционных механизмов параллельной структуры, предназначенных для решения задач о положениях, скоростях и особых конфигурациях, а также о динамических свойствах данных механизмов.

### **Методы, применяемые в работе.**

В диссертации использовались методы компьютерного моделирования, аналитической геометрии, теории механизмов и машин, матричного исчисления.

**Достоверность полученных результатов** определяется тем, что в диссертации были приняты допущения, апробированные ранее, все расчеты и математические выкладки и операции выполнены с достаточной строгостью, результаты проверены с помощью эксперимента.

### **Апробация работы.**

Основные идеи и предложения по теме диссертации рассмотрены на заседаниях кафедры прикладной механики МГУДТ. Результаты работы доложены на Международной научно-технической конференции «дизайн, технологии и инновации в текстильной и легкой промышленности»(ИННОВАЦИИ-2014); на международной научно-технической конференции «Инновационные технологии развития текстильной и легкой промышленности». ; на VI Всероссийской конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. г. Москва, МИРЭА, (29-30 ноября 2012 г.); на XXIII, XXIV Международных Иновационно-ориентированных конференциях молодых ученых и студентов по современным проблемам машиноведения - МИКМУС-2011, МИКМУС-2012 (г. Москва – 2011 г., 2012 г.);

### **Публикации.**

По результатам диссертации опубликовано 18 работ, в том числе 3 научных статей в журналах из списка ВАК, 4 патент РФ на полезную модель.

### **Структура диссертации.**

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы.

# **Глава 1. Основы построения механизмов параллельной структуры**

В данной главе рассмотрим концепции, определяющие структуру пространственных механизмов. основополагающее понятие, имеющее место в данном вопросе – это структурная группа. Это понятие характеризует совокупность звеньев и кинематических пар, соответствующих тем или иным замкнутым группам винтов.

## **1.1 Структурные группы пространственных механизмов.**

Основополагающее понятие при исследовании структуры – это структурная группа или группа Ассур [5]. В той или иной степени это понятие использовалось в трудах по теории механизмов и машин, среди которых отметим Н.Г. Бруевича [7], А.П. Бессонова [6], Ф.М. Диментберга [15-17], В.В. Добровольского [18], В.А. Зиновьева [20], К.В. Фролова [27, 53], Р.Ф. Ганиева [9], А.Ф. Крайнева [29-34], П.А. Лебедева [38], Н.И. Левитского [39], А.П. Малышева [41], К. Ханта [80], Б. Росса [84, 88, 93], К. Уолдрона [100], Д. Даффи [87], Ж. Эрве [79], К. Вольхарта [101], Р. Войня и М. Атанасиу [96], И.М. Соболя и Р.Б. Статникова [53] и многих других, в частности [10, 22, 23, 40].

Весьма важным явился этап развития теории механизмов, и в частности учения о структуре, связанный с появлением робототехнических систем. По этой проблематике отметим некоторые из ряда основополагающих трудов Р.Пола [47], К. Ханта [56], Д. Анджелеса [60, 76], М. Чекарелли [70], М.Б. Игнатьева с соавторами [21], А.А. и А.Е. Кобринских [24], М.З. Коловского и А.В. Слоуща [26], А.И. Корендясева, Б.Л. Саламандры и Л.И. Тывеса [35], В.С. Медведева, А.Г. Лескова и А.С. Ющенко [43], Е.П. Попова, А.Ф. Верещагина и С.П. Зенкевича [48], В. Паренти-Кастелли [68], Д. Денавита и Р. Хартенберга [72], К. Гослена и К. Конга [76, 81, 82], Ж.-П. Мерле [86], Д. Стюарта [92], Л. Цая [97], Хуан Зена [105] и многих других (часть из работ будет освещена ниже).



При рассмотрении структуры возникает вопрос, почему одна и та же совокупность звеньев и кинематических пар может быть или не быть структурной группой, почему одна и та же кинематическая пара, будучи по-разному расположена на основании, может давать либо не давать подвижность при соединении со структурной группой. На эти вопросы можно ответить при использовании аппарата групп.

Отметим, что имеются механизмы, в которых должны присутствовать строго определенные соотношения между геометрическими параметрами звеньев, чтобы получить подвижность, противоречащую структурным формулам. Прежде всего, отметим четырехзвенный механизм Д. Беннета [67]. На основе этого механизма были разработаны пяти и шестизвенные механизмы, являющиеся комбинацией механизмов Беннета. Отметим в этой связи работы М. Гольдберга [75] и П.Г. Мудрова [44]. Другим известным механизмом с особыми свойствами является механизм Брикара [8, 64, 65]. Данный механизм имеет шесть звеньев и одну степень свободы, возможны механизмы, симметричные относительно точки, оси, прямой линии.

Одним из эффективных методов отыскания механизмов с избыточными связями является метод результатанта, разработанный Ф.М. Диментбергом [16, 17]. При использовании этого подхода вначале записывается функция положения для обычного механизма, не имеющего избыточных связей, а затем вводится требование, чтобы движение в какой-то кинематической паре отсутствовало. Другой подход к выявлению рассматриваемых парадоксальных механизмов использует условия симметрии [99].

К. Мавроидис и Б. Росс [85], рассматривая уравнения связей, составленные на основе матриц Д. Денавита и Р. Хартенберга [72], получили условия наличия избыточных связей, характерные для пространственных шестизвенных механизмов. К. Сугимото [93], анализируя условия, выраженные с помощью моторной алгебры, объяснил наличие избыточных связей в ряде механизмов.

Важным аспектом теории механизмов является рассмотрение особых положений или сингулярности, для одноконтурных механизмов с одной степенью свободы. Весьма подробно рассмотрел этот вопрос Ф.М. Диментберг [15-17]. Он ввел локальный и глобальный критерии этих особых положений. Эквивалентность локального и глобального критериев особых положений была показана позднее [11]. Особые положения механизмов с несколькими степенями свободы были рассмотрены П.А. Лебедевым и Б.О. Мардер [42], а также А.Г. Овакимовым [45].

Для механизмов с несколькими степенями свободы и незамкнутой кинематической цепью особые положения выражаются потерей одной или нескольких степеней свободы [11]. Для механизмов, имеющих несколько соединительных кинематических цепей, возможны положения, при которых есть подвижность в частичной кинематической цепи. При этом можно применить винтовой подход [11, 12]. Другим подходом к анализу таких ситуаций является использование матриц Якоби [71]. Чтобы ввести статический критерий особых положений, целесообразно рассматривать углы давления, измеряемые между действующими силами и скоростями соответствующих точек [58, 59, 44, 86].

## **1.2 Механизмы параллельной структуры с точки зрения их применения.**

В механизмах параллельной структуры выходное звено соединено с основанием несколькими кинематическими цепями, каждая из которых либо содержит привод, либо налагает некоторое число связей на движение выходного звена. Этот класс механизмов исследовался в монографиях Ж.-П. Мерле [86], К. Конга и К. Гослена [81], М. Чекарелли [70], В.А. Глазунова, А. Ш. Колисгора и А.Ф. Крайнева [11], можно привести целый ряд других работ [1, 2, 31, 52, 56, 59, 61-63, 68, 71, 72, 75, 84, 87, 88, 92, 96, 98, 100, 105]. Первой работой в этой области была статья Д. Стюарта [92], в которой описывался механизм тренажера для подготовки летчиков (Рис. 1.1). Однако, более ранним устрой-

ством была платформа В. Гофа [78], использовавшаяся для испытаний колесно-ступичного узла автомобилей (Рис. 1.2). Большое количество изобретений, связанных с использованием двигательных и измерительных устройств параллельной структуры было предложено А.Ш. Колискором [2, 11, 12, 25].

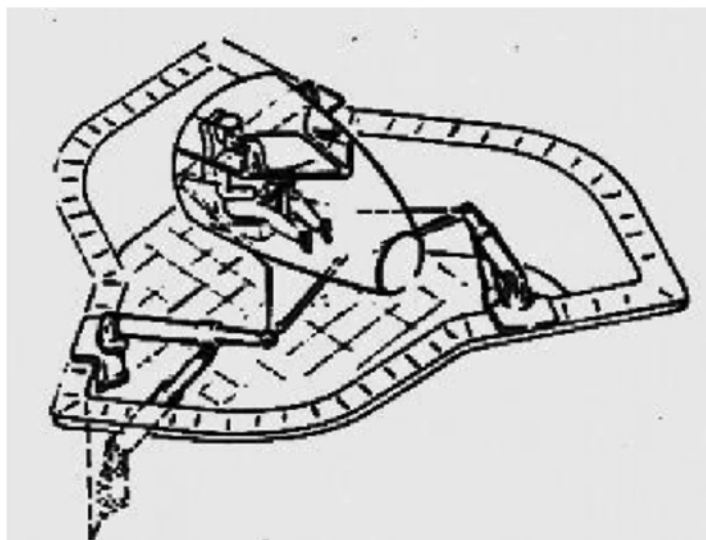


Рис. 1.1

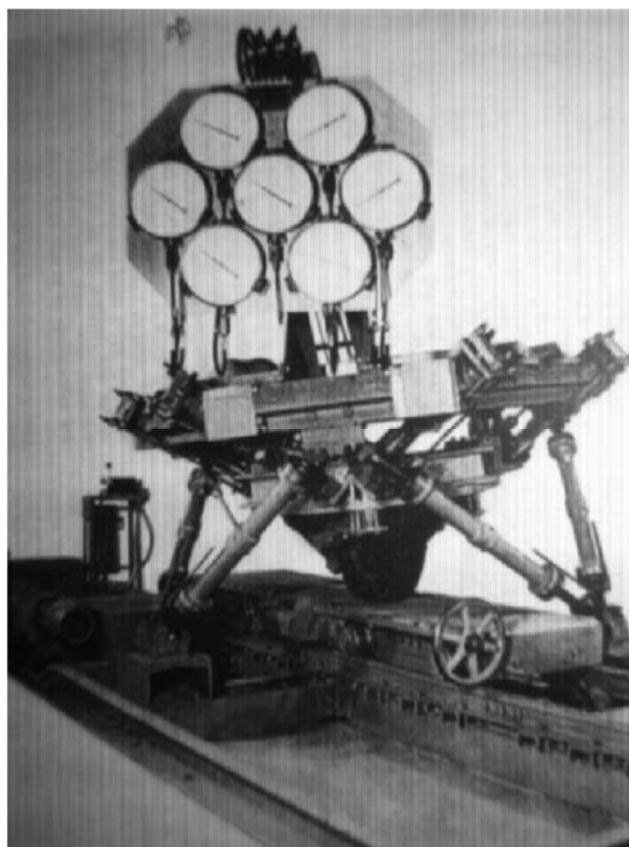


Рис. 1.2

Важен вопрос, как налагаемые связи влияют на возможные движения выходного звена данных механизмов, в частности при поступательных движениях выходного звена. Одним из первых исследований в данной области была работа Ю.Л. Саркисяна и Т.Ф. Парикяна [52], в дальнейшем большой ряд решений был представлен К.Конгом и К.Госленом [81, 82], а затем Г. Гогу [74]. Одним из самых известных механизмов этого типа является робот Дельта (Рис.1. 3), предложенный Р. Клавелем [71]. Дополнительное вращение выходного звена создается за счет еще одного вращательного двигателя, движение которого передается четвертой кинематической цепью, выполненной наподобие карданного вала. К. Конгом и К. Госленом [76, 81, 82] предложены манипуляторы, которые характеризуются тем, что в них достигнута «изоморфность» - каждый линейный двигатель перемещает выходное звено лишь по одной декартовой координате (Рис. 1.4). Укажем на механизмы (Рис. 1.5, 1.6), имеющие свойства изоморфности, разработанные М. Чаррикато и В. Паренти-Кастелли [68]. Решение, предложенное Л. Цаем [88], отличается постоянством ориентации выходного звена, достигнутым за счет того, что в каждой из трех кинематических цепей имеют место два карданных шарнира. Сферический механизм (Рис. 1.8) с двигателями, установленными на основании разработан К.Госленом [81].

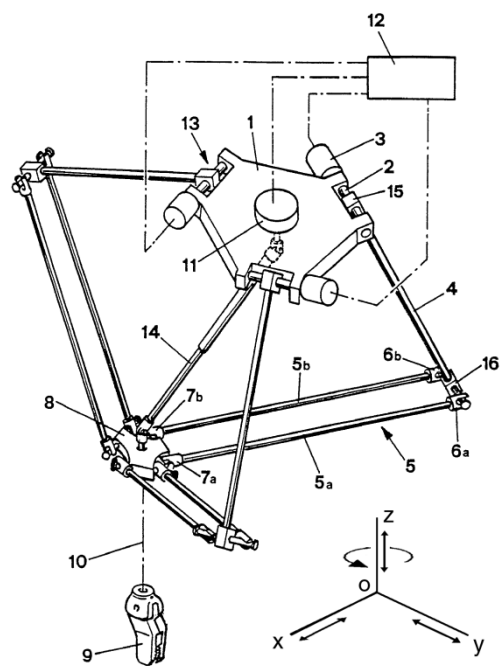


Рис. 1.3

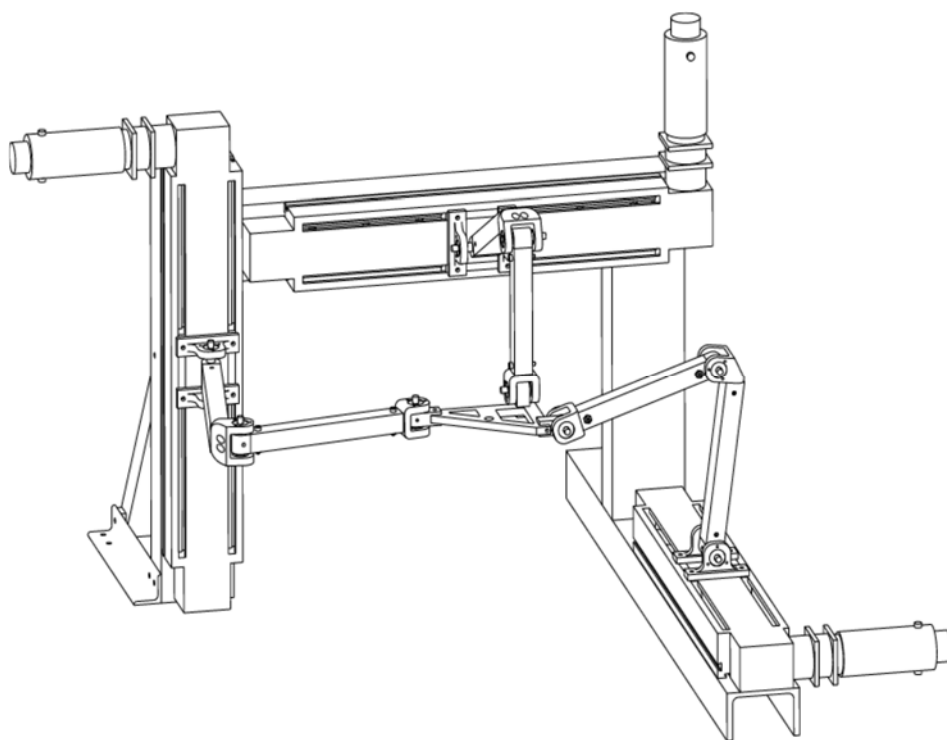


Рис. 1.4

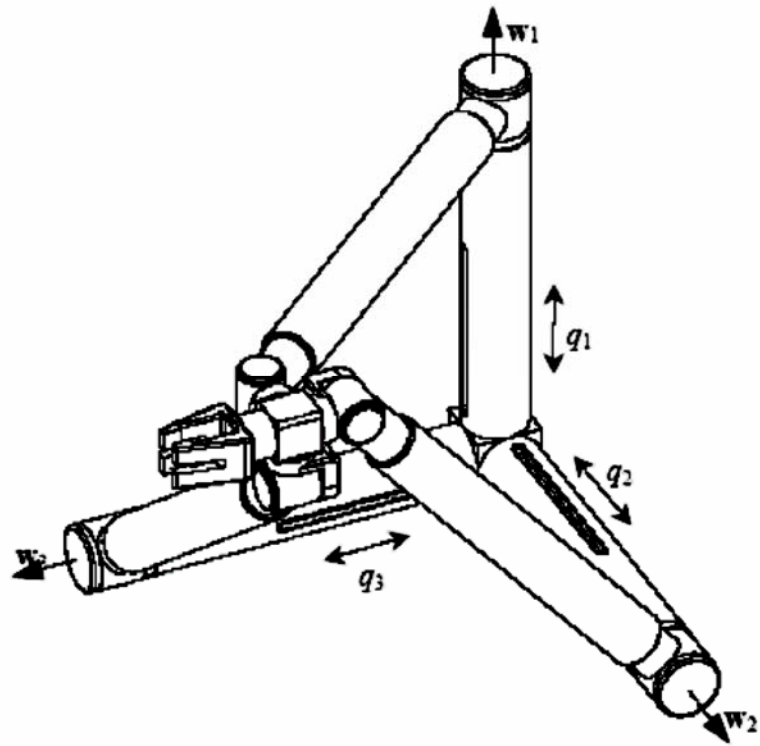


Рис. 1.5

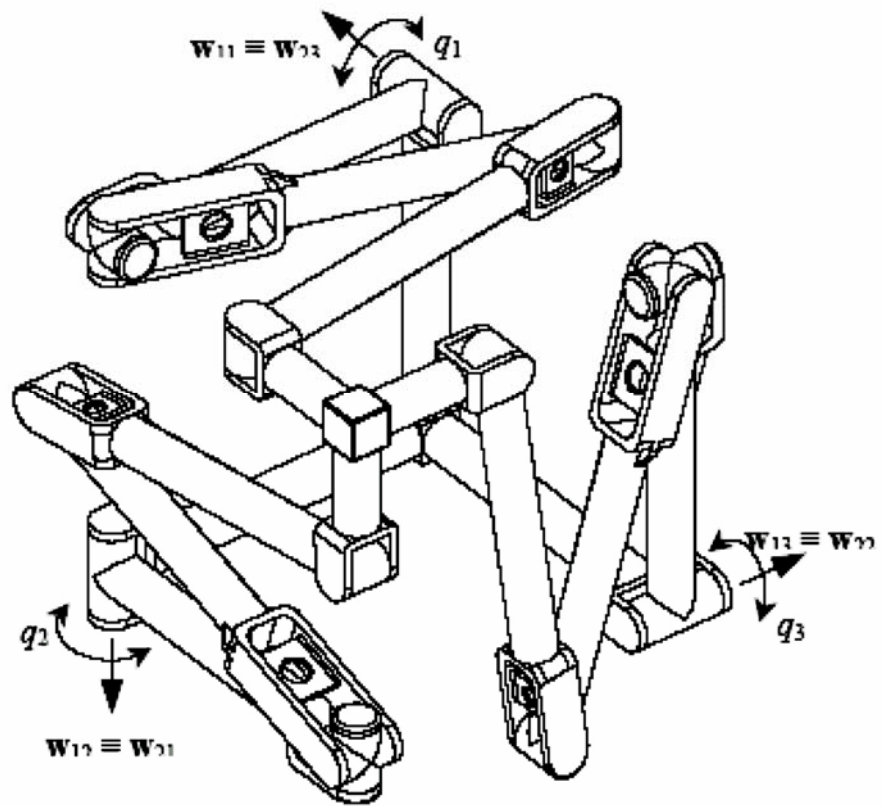


Рис. 1.6

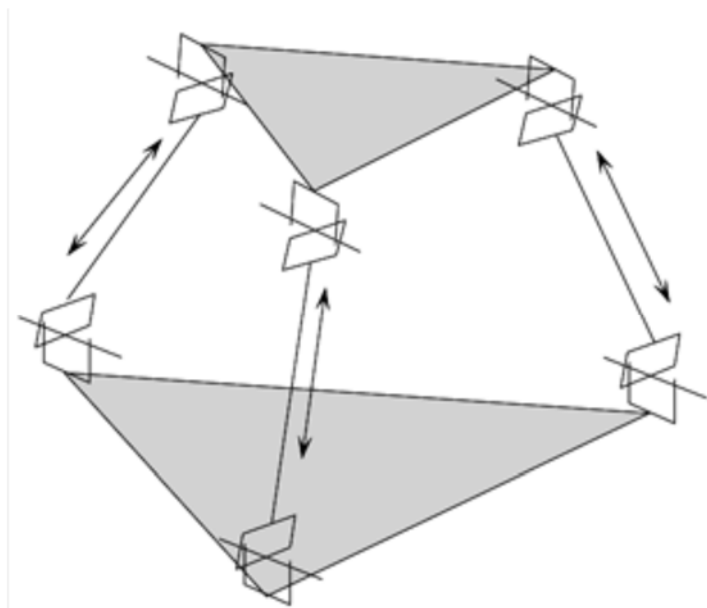


Рис. 1.7



Рис. 1.8

Механизм, совершающий движения вдоль вертикальной оси, а также два вращения относительно горизонтальных осей (Рис. 1.9), был рассмотрен К. Хантом, а также К. Ли и Д. Шахом [56, 84, 77].

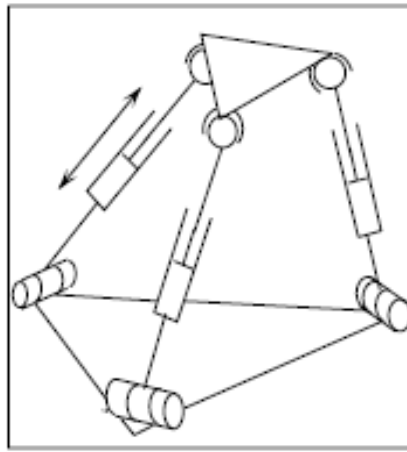


Рис. 1.9

Большой интерес был уделен исследователями механизмам с четырьмя степенями свободы, у которых выходное звено совершает поступательные движения, а также вращения вокруг параллельных осей, например, расположенных вертикально. Эффективное решение было предложено В. Аракеляном с соавторами – имеется в виду робот ПАМИНСА, содержащий три соединительные кинематические цепи [61], в каждой из которых имеют место механизмы пантографов (Рис. 1.10)



Рис. 1.10

Эту же задачу решает манипулятор с двумя кинематическими цепями, предложенный Д. Анджелесом с соавторами [60]. (Рис. 1.11). Отметим, что задачу обеспечения этих движений можно решать на основе совершенно различных кинематических цепей (Рис. 1.3, 1.10, 1.11).



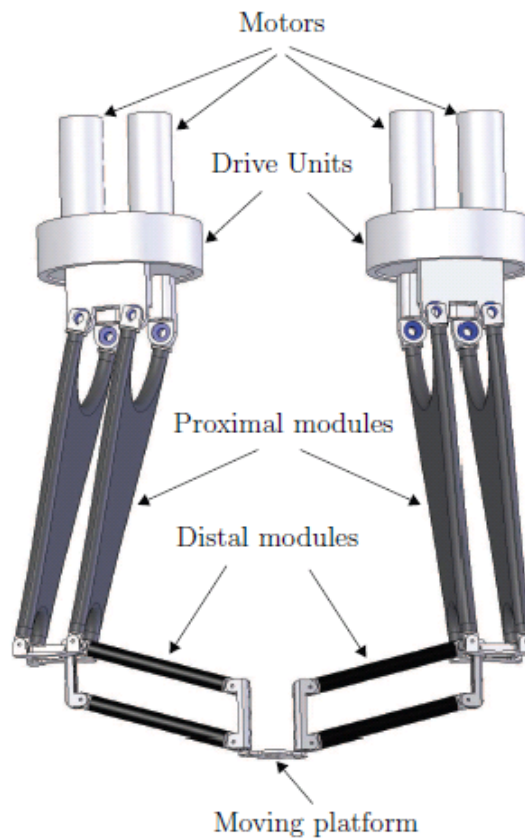


Рис. 1.11

Ряд манипуляторов с разным числом степеней свободы был разработаны Г. Гогу [74]. Важная проблема развязки движений может быть решена на основе использования шарнирных параллелограммов, обеспечивающих взаимные поступательные движения звеньев (Рис. 1.12).

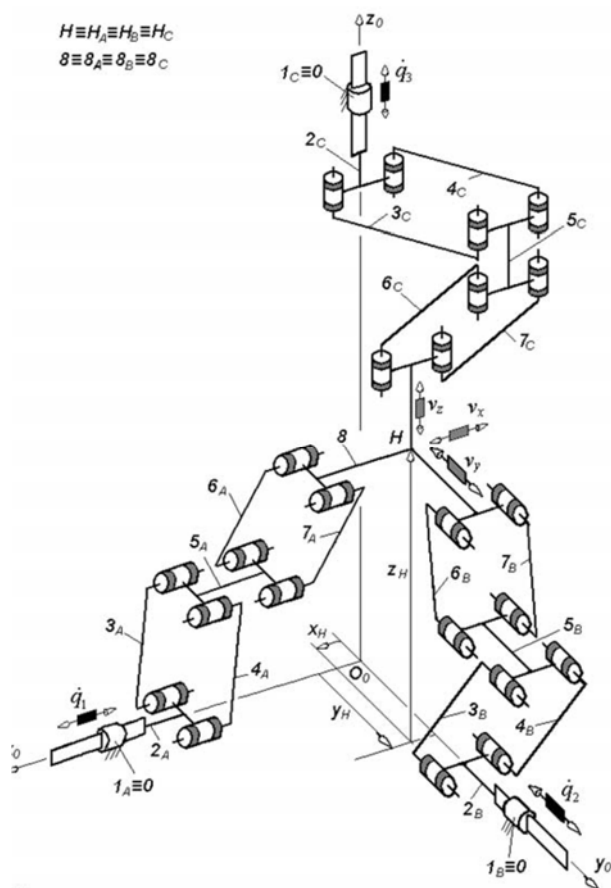


Рис. 1.12

При синтезе механизмов с шестью степенями свободы проблема развязки приобретает особое значение. Ряд решений был получен К. Миановски [87], он использовал подход, при котором вращательные и поступательные двигатели установлены на основании с совмещением их осей (Рис. 1.13). Другим решением является манипулятор, предложенный И Минг Ченом с соавторами [100] (Рис. 1.14). Здесь использованы поступательные неприводные пары.

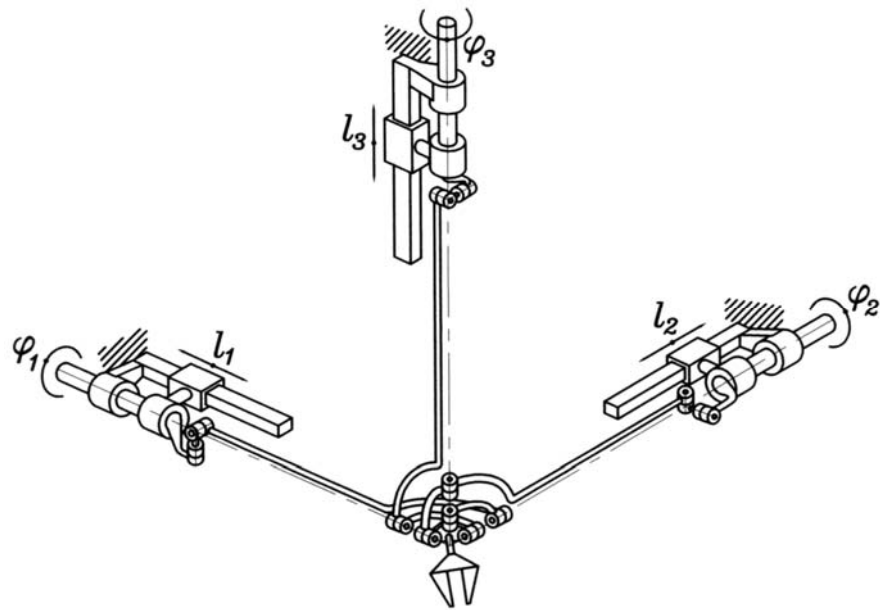


Рис. 1.13

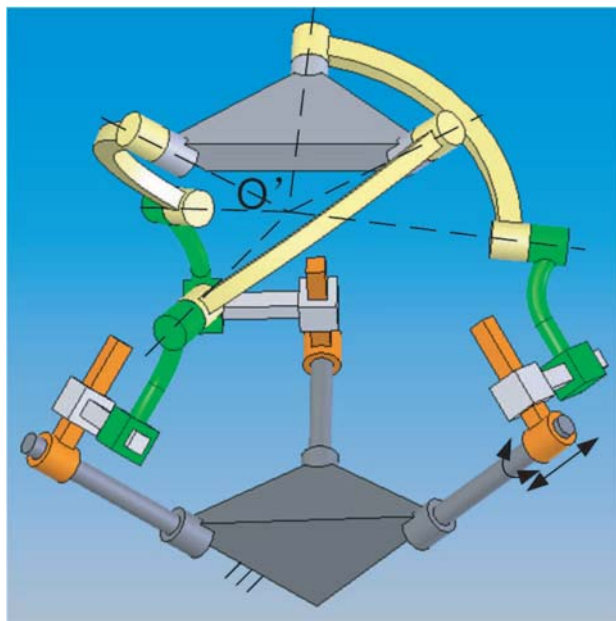


Рис. 1.14

Механизмы параллельной структуры в силу взаимного положения соединительных кинематических цепей могут обусловить нелинейные динамические характеристики этих объектов. Методы решения соответствующих задач представлены в частности в работе Р.Ф. Ганиева и В.О. Кононенко [9].

Приведем некоторые технические решения, полученные в Институте машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. Одним из них [11] является механизм для испытаний моделей летательных аппаратов в аэродинамической трубе (Рис. 1.15). Механизм имеет шесть степеней свободы и два стержня-ввода в рабочую область.

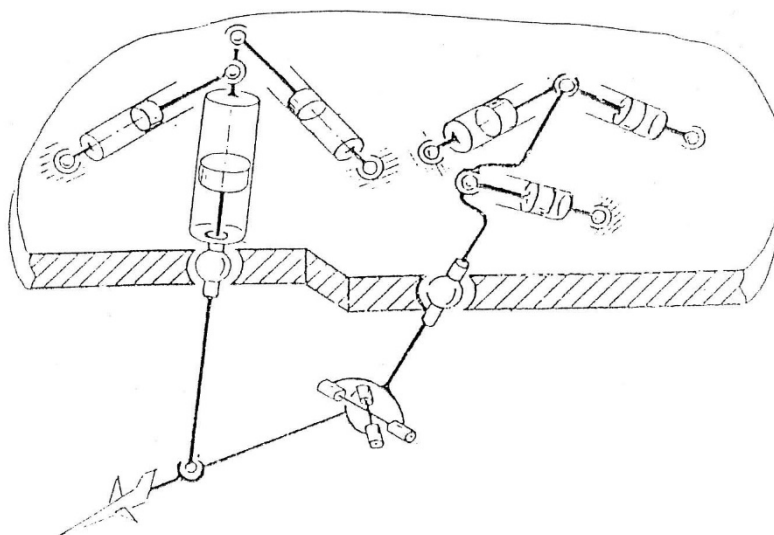
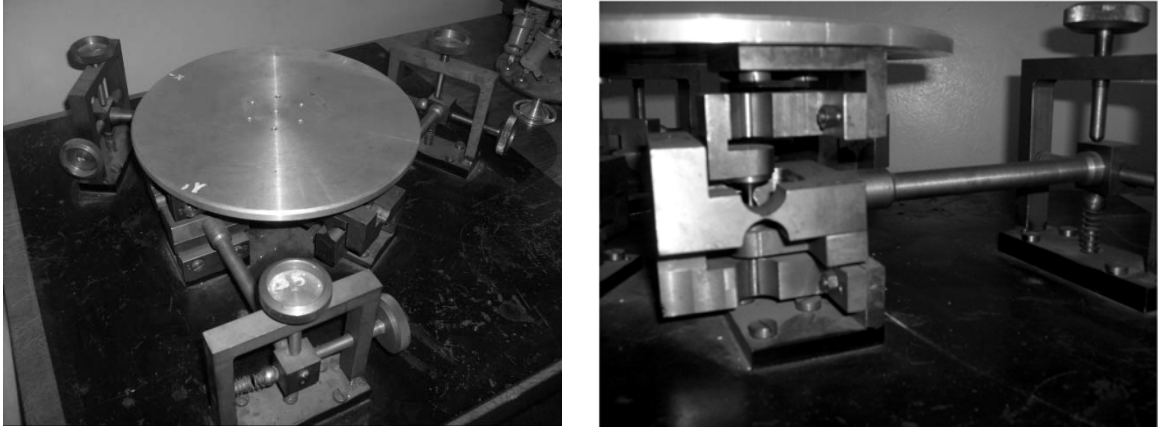


Рис. 1.15

Другими примерами использования механизмов параллельной структуры являются устройства для микроманипулирования [11, 31]. Кинематические пары выполнены в виде изгибных упругих элементов, для того чтобы исключить возможные люфты и адгезию в агрессивных средах. Разработаны механизмы с тремя (Рис. 1.16) и шестью (Рис. 1.17) степенями свободы.



Рис. 1.16



а)

б)

Рис. 1.17

Были разработаны схемы механизмов для относительного манипулирования инструментом и обрабатываемым изделием [30, 33]. Один из механизмов, перемещающий рабочий инструмент, дает вращение вокруг двух вертикальных осей. Другой механизм, удерживающий заготовку, дает четыре движения: перемещения вдоль вертикальной и одной из горизонтальных осей, а также вращения вокруг двух осей Рис. 1.18.

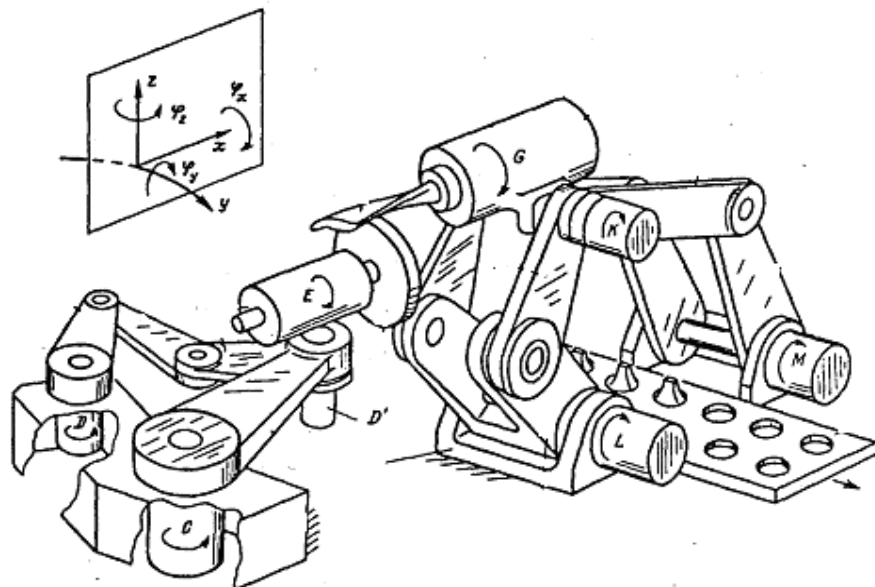


Рис 1.18

Одним из направлений развития механизмов параллельной структуры стали механизмы с параллельно-переменной структурой [62, 63]. В данных механизмах при подходе к особым положениям, когда углы давления становятся чрезмерно большими, должно состояться переключение приводной кинематической пары хотя бы в одной кинематической цепи. Это можно сделать на основании того, что в кинематической цепи присутствует соответствующая муфта  $A_1, A_2, A_3$  (Рис. 1.19). При разных положениях этих муфт поступательные пары  $C_1, C_2, C_3$  являются либо пассивными, либо приводными. Соответственно силы, передаваемые со стороны кинематических цепей на выходное звено в точках  $B_1, B_2, B_3$ , будут иметь разные направления. Тем самым удастся улучшить углы давления и исключить нерабочие состояния.

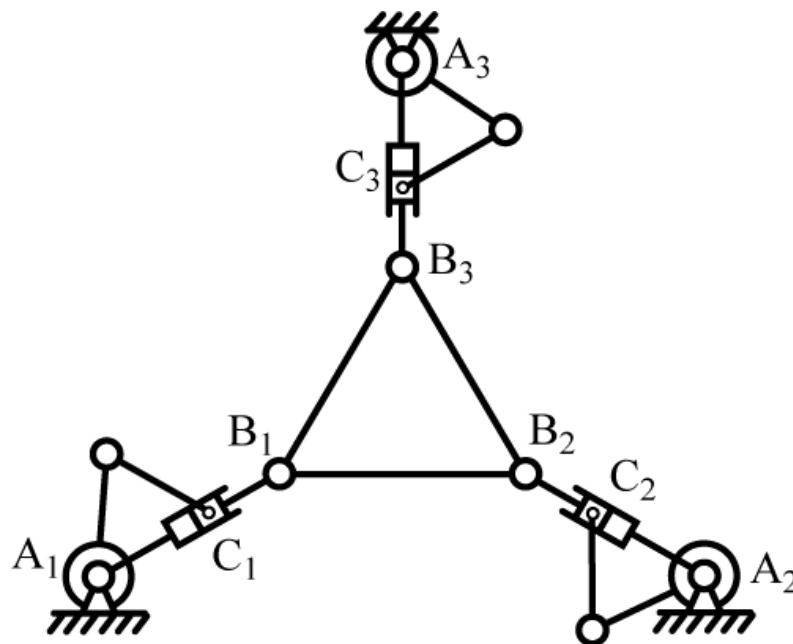


Рис. 1.19

Достаточно интересным является применение тросов в качестве простых кинематических цепей. (Рис 1.20) [69] Однако, при этом надо иметь в виду, что соответствующее устройство воспринимает нагрузку приложенную только в одну сторону. Следует отметить, что внимание исследователей по-прежнему привлекают традиционные механизмы параллельной структуры, для которой находятся новые применения. Это может быть механизм трипода

(Рис. 1.21) [102] или плоский шарнирный пятизвенник (Рис 1.22), (Рис 1.23).  
[96]

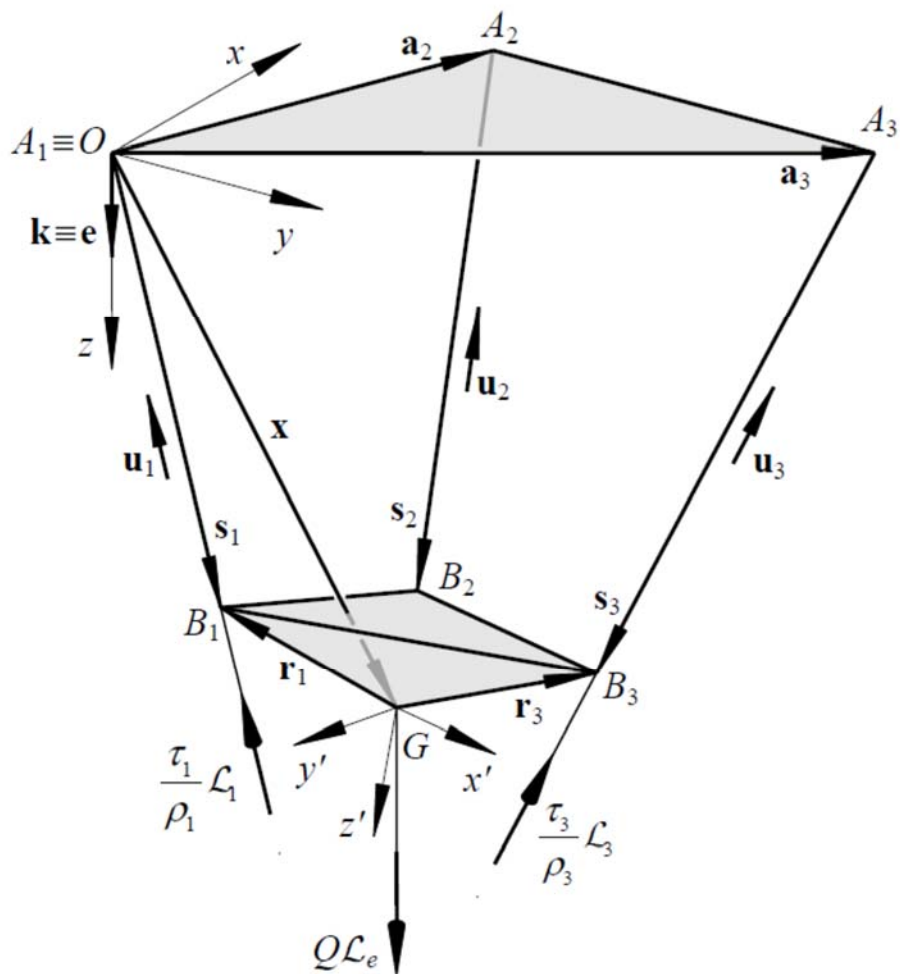


Рис. 1.20

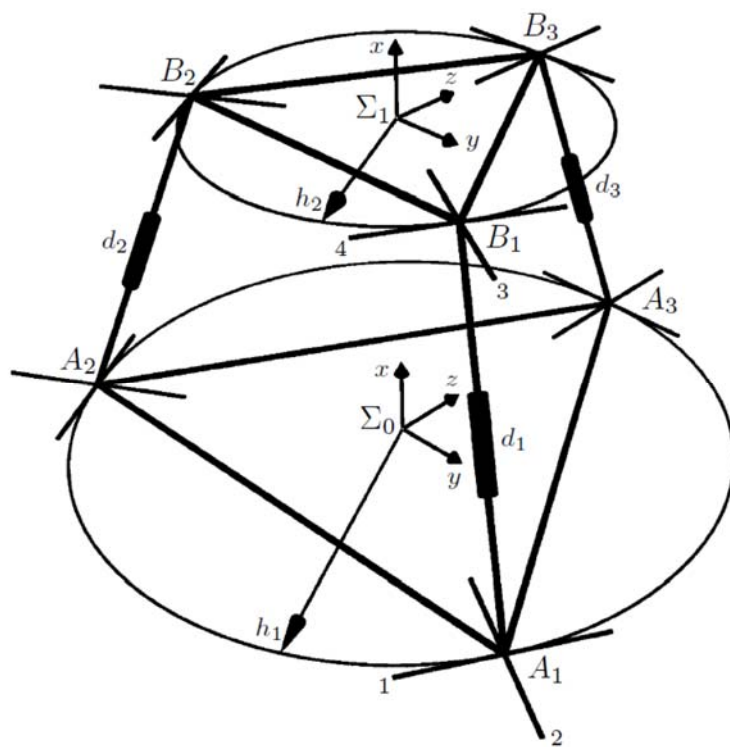


Рис. 1.21

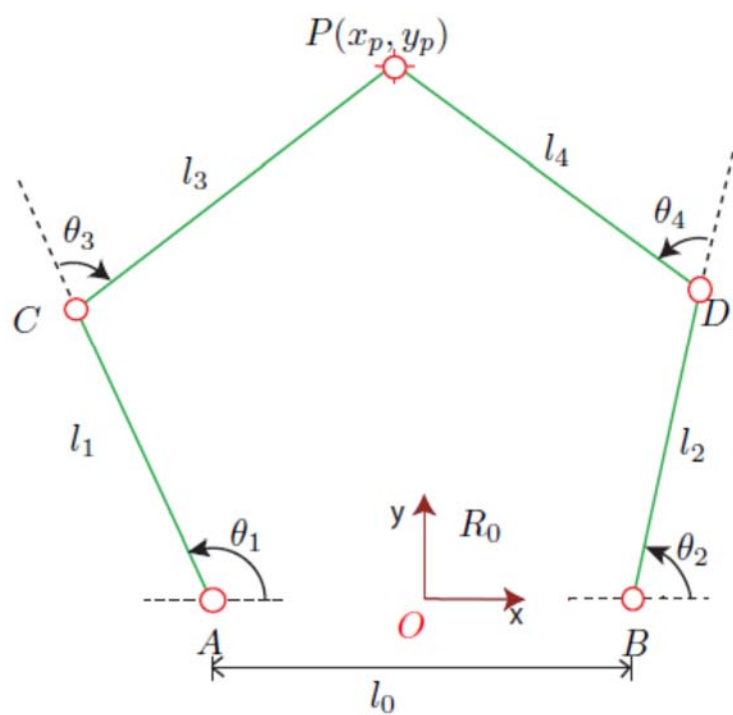


Рис. 1.22



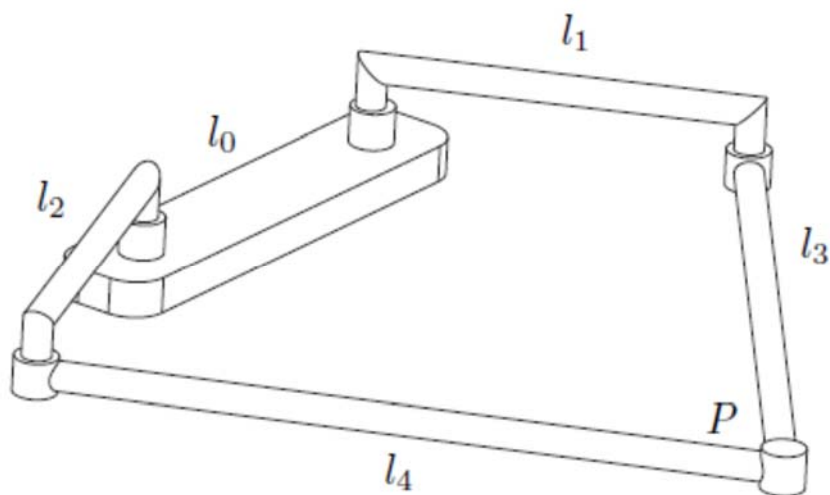


Рис. 1.23

Продолжаются изыскания в области синтеза механизмов параллельной структуры с различным числом степеней свободы и с возможностью развязки между приводами механизма (Рис 1.24) [90], (Рис 1.25) [104]. (Рис 1.26) [83]. Разделение между степенями свободы позволяет повысить точность управления.

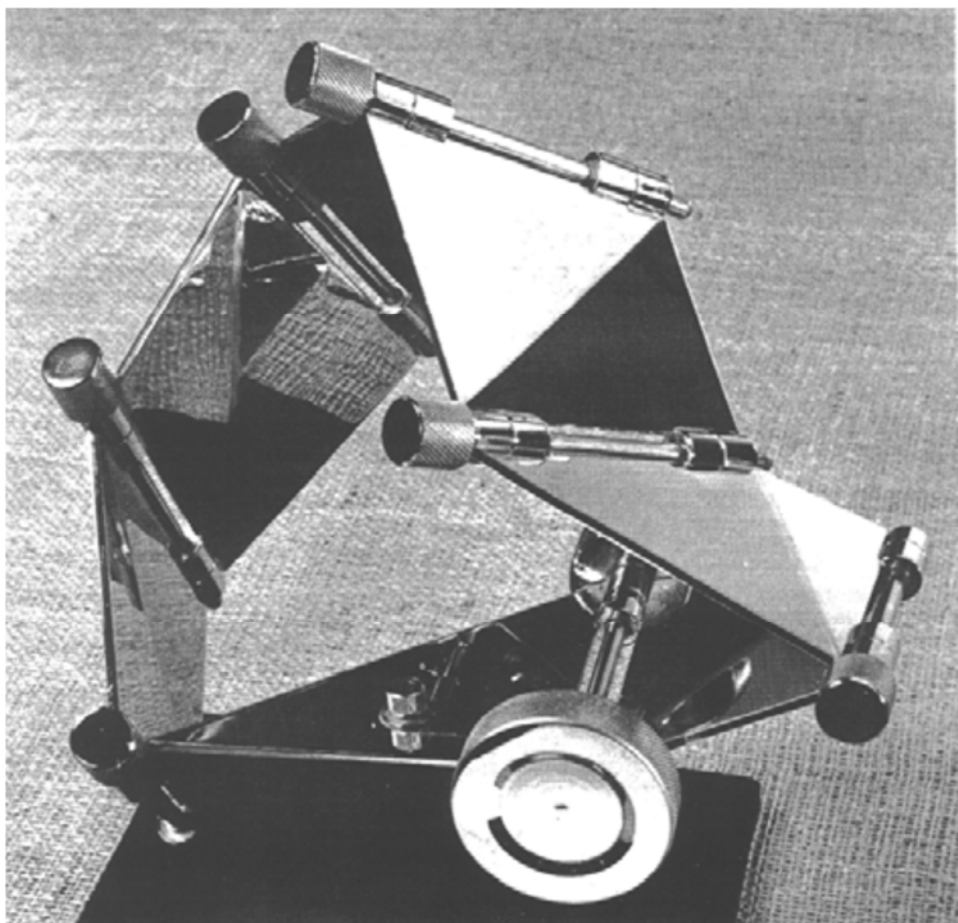


Рис. 1.24

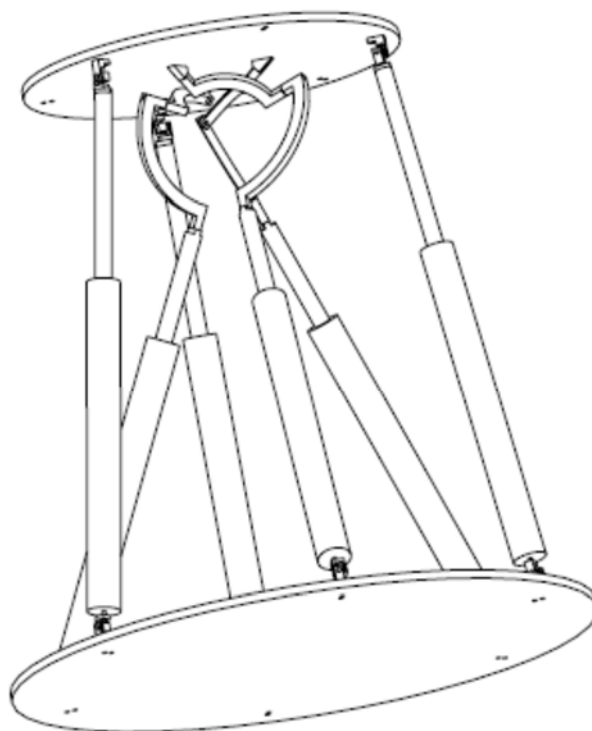


Рис. 1.25

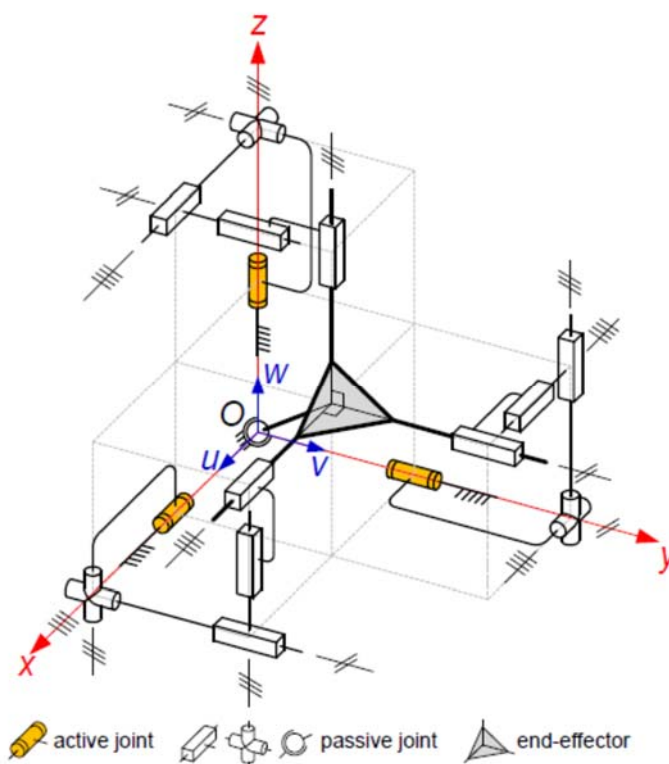


Рис. 1.26

Весьма важным был и остаётся вопрос применения роботов параллельной структуры в различных областях. В частности робот Дельта (Рис 1.27) [58] может применяться в качестве измерительной системы (Рис 1.28) [91], а также в качестве двигательной или технологической установки.

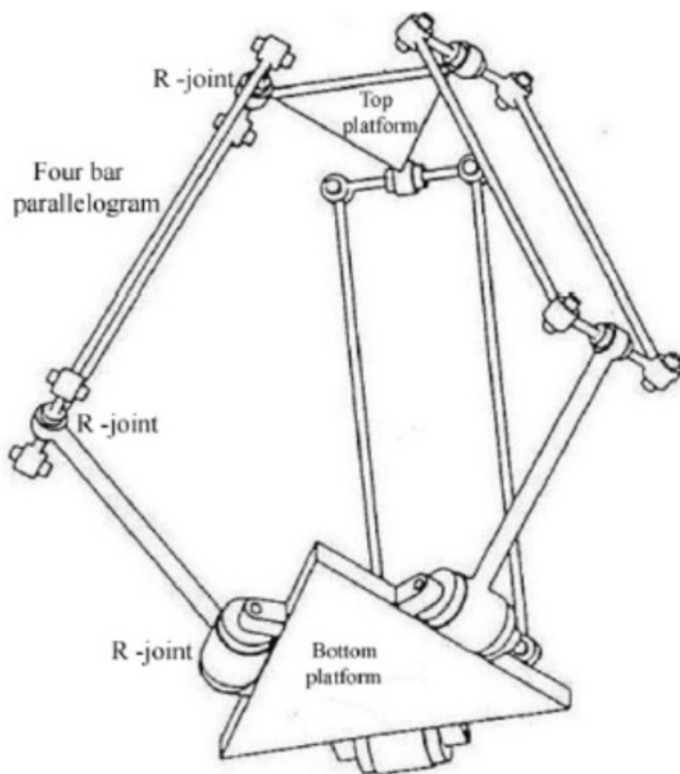


Рис. 1.27

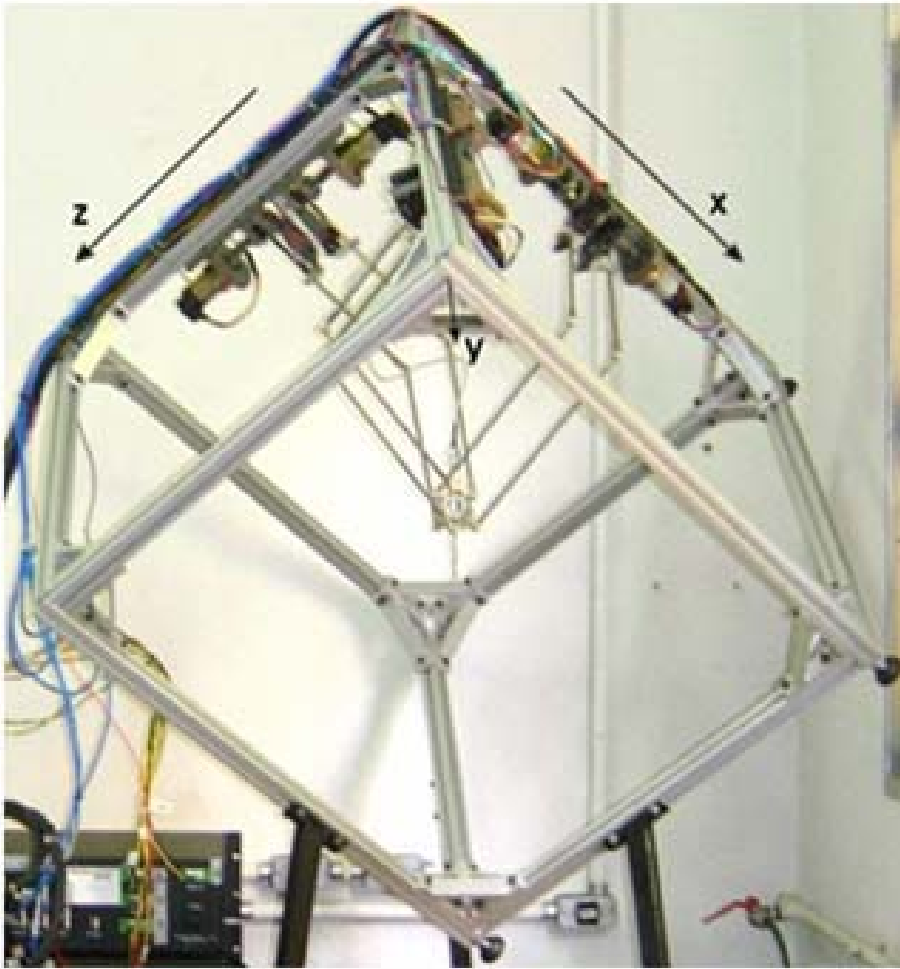


Рис. 1.28

Новая кинематическая схема пространственного параллельного манипулятора, предназначенного для технологического транспорта текстильных предприятий, с тремя поступательными степенями свободы, представлена на рис.1.29 [37]

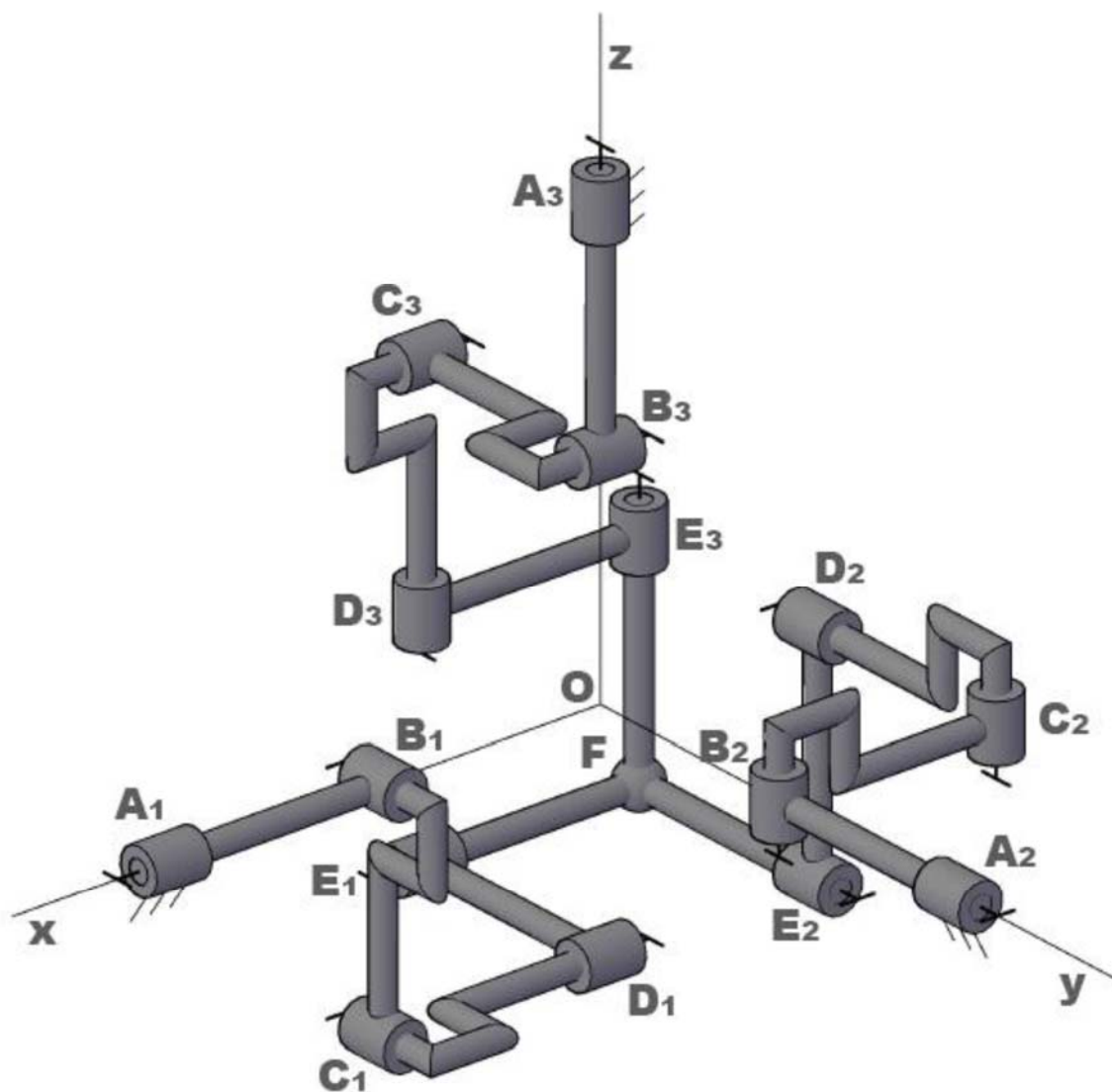


Рис. 1.29

Для натуральных испытаний по проверке работоспособности манипулятора была спроектирована и изготовлена его оригинальная демонстрационная физическая модель, внешний вид которой представлен на рис. 1.30 [36]

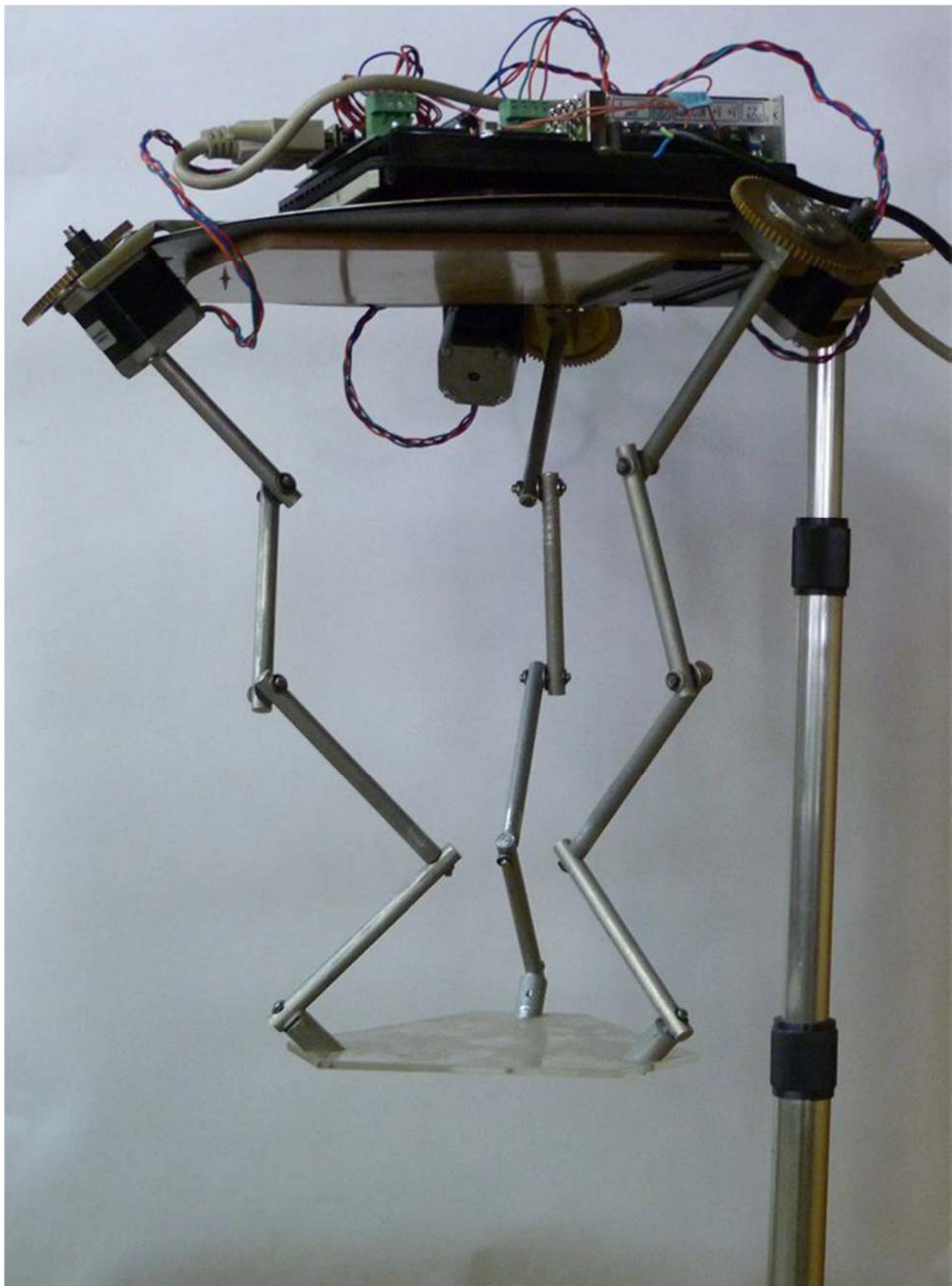


Рис. 1.30

Для текстильных предприятий разработана конструкция макетного образца манипуляционного механизма параллельной структуры с четырьмя степенями свободы, а также некоторые возможные применения данного механизма. (Рис. 1.31) [73] (Рис. 1.32) [57]



Рис.1.31

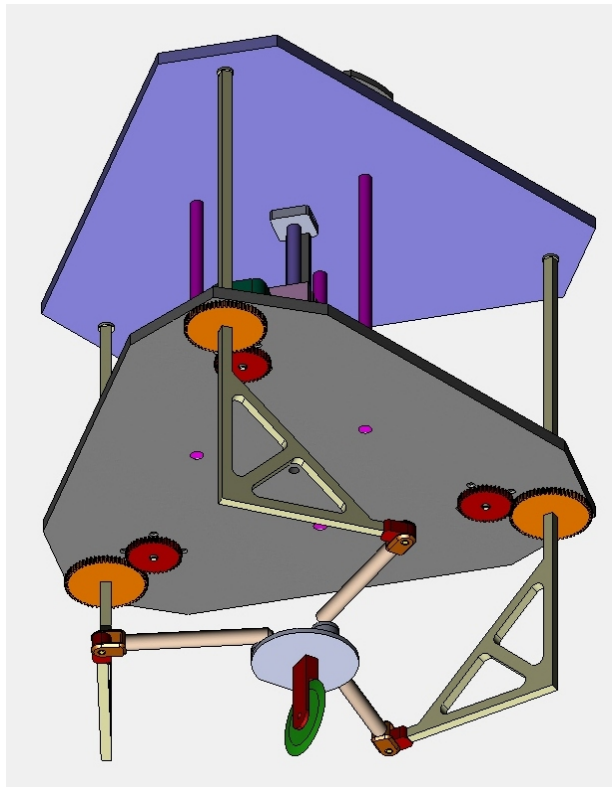


Рис. 1.32

Роботы могут применяться не только в технологическом транспорте текстильных предприятий, но и в обувной промышленности. В частности в обувной отрасли производства известен клеенаносящий робот, позволяющий осуществить технологический процесс производства двухслойных подошв из полиуретана/резины без нетканых вкладышей. На рис. 1.33 показан робот компании «DESMA» для нанесения клея на резиновые подошвы [105].





Рис. 1.33.

Кроме того, применяется манипулятор, позволяющий осуществить процесс замера сложных пресс-форм с помощью лазерного датчика, измеряющего 20 тыс. точек в секунду. На рис. 1.34 приведено лазерное измерительное устройство фирмы «DESMA».



Рис. 1.34.

Таким образом, роботы, применяемые в текстильной и легкой промышленности, могут иметь последовательную или параллельную структуру. Последовательные роботы воспринимают нагрузку подобно консолям, что не способствует повышению их точности и грузоподъемности. Поэтому в текстильной и легкой промышленности может быть целесообразно применение механизмов параллельной структуры.

## **Глава 2. СТРУКТУРА МЕХАНИЗМОВ С ТРЕМЯ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ЦЕПЯМИ, ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ ПОСТУПАТЕЛЬНЫХ И ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ.**

В данной главе рассмотрены вопросы структурного анализа и синтеза механизмов параллельной структуры с тремя степенями свободы. Отличительной особенностью данных механизмов является то, что они могут перестраивать кинематические цепи и выполнять при этом либо поступательные, либо вращательные перемещения.

### **2.1. Структурный анализ и синтез механизмов параллельно-переменной структуры с поступательными и сферическими движениями выходного звена и вращательными двигателями.**

Для механизмов параллельной структуры бывает характерно, что выходное звено совершает только поступательные или только вращательные движения. Многие задачи в частности в сферах манипулирования, технологий, испытаний, измерений требуют таких движений. Нужно так построить механизм, чтобы он при некотором изменении геометрии мог бы совершать указанные виды движений. Данная задача может быть решена на основе наличия двигателей, изменяющих взаимные положения начальных и конечных кинематических пар. Это может обусловить наложение разных видов связей и соответственно обеспечение либо поступательных, либо вращательных движений. Такого рода механизмы можно называть механизмами параллельно-переменной структуры.

Рассмотрим механизмы параллельной структуры с тремя соединительными кинематическими цепями, в которых начальные и конечные кинематические пары могут иметь либо параллельные, либо пересекающиеся оси. В первом случае будем иметь поступательно направляющий механизм, во втором случае – сферический механизм. Для анализа числа степеней свободы механизмов будем применять известную формулу Сомова-Малышева.

Представим методику структурного анализа и синтеза механизмов, выполняющих сферические движения, а также поступательные движения. Эти механизмы могут рассматриваться как механизмы параллельно-переменной структуры. В каждой кинематической цепи, соединяющей основание с выходным звеном, используем частичную кинематическую цепь, состоящую из трех шарниров с параллельными осями. Эта частичная кинематическая цепь, расположенная между входной и конечной вращательными парами, может обусловить вращение вокруг любой оси, параллельной осям соответствующих вращательных пар. При этом некий дополнительный привод способен изменить структуру механизма и его возможные движения.

Для определения числа степеней свободы используем структурную формулу Сомова-Малышева для пространственного механизма,

$$W = 6(n - 1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$

где  $n$  – число звеньев;  $p_5$  – число пар пятого класса (одноподвижных пар);  $p_4$  – число пар четвертого класса (двухподвижных пар).

Далее, для определения характера движения выходного звена, возьмем геометрические соотношения. Для построения механизма параллельной структуры с изменяемой геометрией, при представлении одной вращательной пары будем применять три вращательные пары с параллельными осями.

В итоге имеем механизм (Рис. 2.1), который включает основание 1, выходное звено 2, три кинематические цепи, каждая из которых содержит входную вращательную кинематическую пару 3, 3', 3'', начальную вращательную кинематическую пару 4, 4', 4'', промежуточную вращательную кинематическую пару 5, 5', 5'', конечную вращательную кинематическую пару 6, 6', 6'', выходную вращательную кинематическую пару 7, 7', 7''. При этом оси начальной 4, 4', 4'', промежуточной 5, 5', 5'' и конечной 6, 6', 6'' вращательных кинематических пар расположены параллельно друг к другу, ось начальной вращательной кинематической пары 4, 4', 4'' расположена с пересечением оси входной вращательной кинематической пары 3, 3', 3'' перпендикулярно

ей, а ось конечной вращательной кинематической пары 6, 6', 6'' расположена с пересечением оси выходной вращательной кинематической пары 7, 7', 7'', перпендикулярно ей.

Число степеней свободы определим по структурной формуле, приведенной выше

$$W=6(17-1)-5*18=6$$

Итак, механизм имеет шесть степеней свободы. Три дополнительные степени свободы обусловлены тем, что в каждой кинематической цепи присутствует дополнительный привод, который служит для того чтобы изменять взаимное расположение вращательных кинематических пар и обуславливать либо поступательные либо сферические движения выходного звена

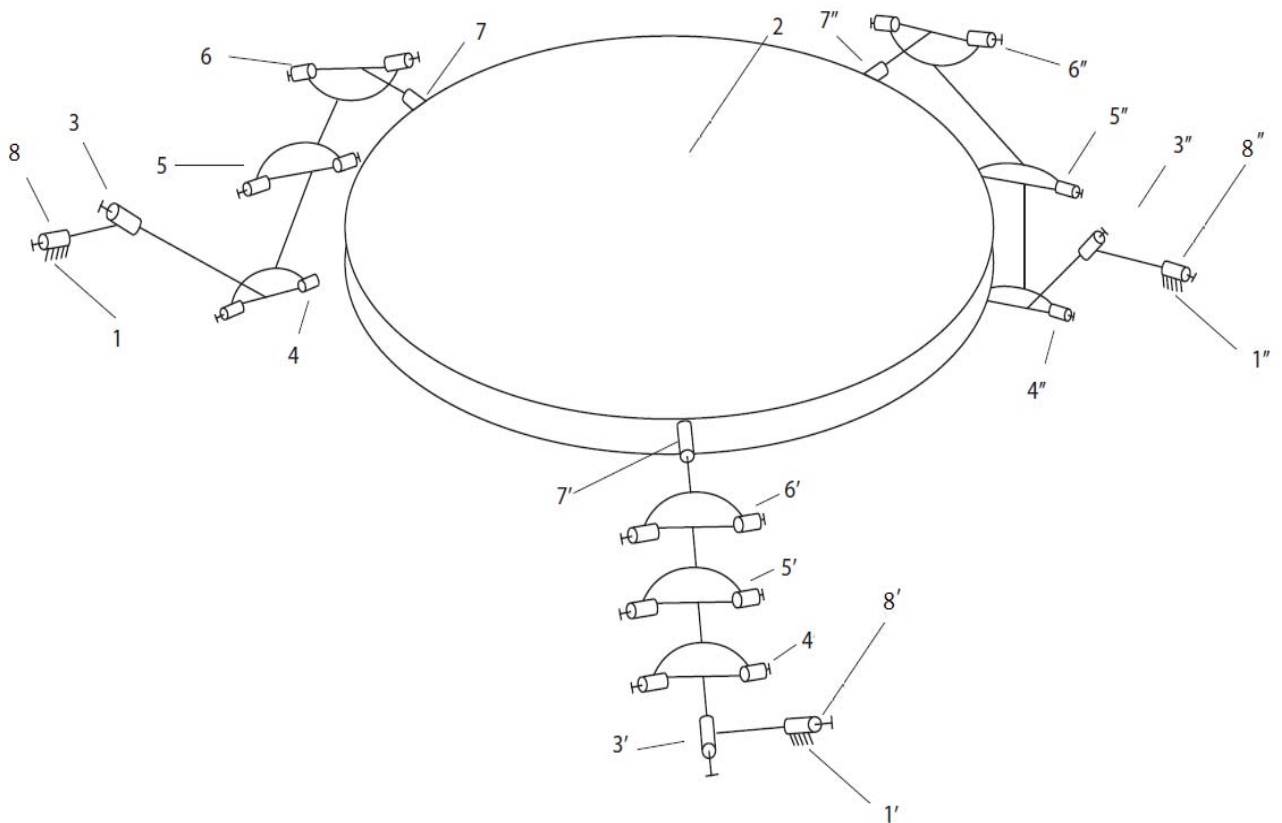


Рис. 2.1.

Этот механизм может быть представлен как поступательно-направляющий, если исключить дополнительный привод, что представлено на рис. 2.2.

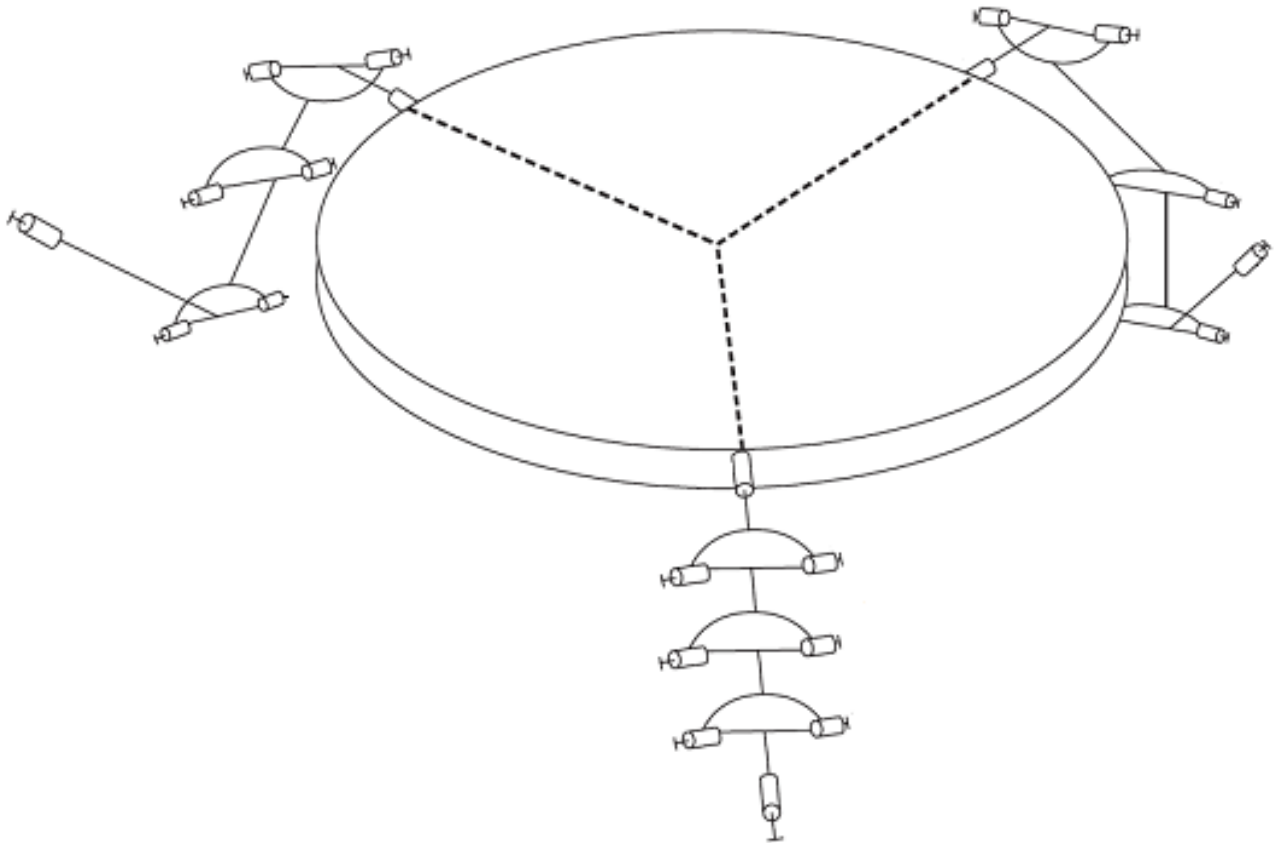


Рис. 2.2.

Рассмотрим плюккеровы координаты единичных винтов осей кинематических пар механизма (Рис. 2.3), в котором три кинематические цепи налагают по одной связи, при этом орты осей пар  $\mathbf{E}_{11} \mathbf{E}_{21} \mathbf{E}_{31}$  будут параллельны ортам  $\mathbf{E}_{15} \mathbf{E}_{25} \mathbf{E}_{35}$ , а также  $\mathbf{E}_{12} \mathbf{E}_{22} \mathbf{E}_{32}$  будут параллельны ортам  $\mathbf{E}_{13} \mathbf{E}_{23} \mathbf{E}_{33}$  и  $\mathbf{E}_{14} \mathbf{E}_{24} \mathbf{E}_{34}$ . Единичные винты, характеризующие положения осей кинематических пар, имеют координаты:

$\mathbf{E}_{11} (e_{11x}, e_{11y}, e_{11z}, e^o_{11x}, e^o_{11y}, e^o_{11z})$ ,  $\mathbf{E}_{12} (e_{12x}, e_{12y}, e_{12z}, e^o_{12x}, e^o_{12y}, e^o_{12z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{11x} e_{12x} + e_{11y} e_{12y} + e_{11z} e_{12z} = 0$   $\mathbf{E}_{13} (e_{13x}, e_{13y}, e_{13z}, e^o_{13x}, e^o_{13y}, e^o_{13z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{11x} e^o_{13x} + e_{11y} e^o_{13y} + e_{11z} e^o_{13z} = 0$   $\mathbf{E}_{14} (e_{14x}, e_{14y}, e_{14z}, e^o_{14x}, e^o_{14y}, e^o_{14z})$ ,  $\mathbf{E}_{15} (e_{15x}, e_{15y}, e_{15z}, 0, 0, 0)$  причем,  $e_{11x} = e_{15x}$ ,  $e_{11y} = e_{15y}$ ,  $e_{11z} = e_{15z}$  и  $e_{12x} = e_{13x} = e_{14x}$ ;  $e_{12y} = e_{13y} = e_{14y}$ ;  $e_{12z} = e_{13z} = e_{14z}$

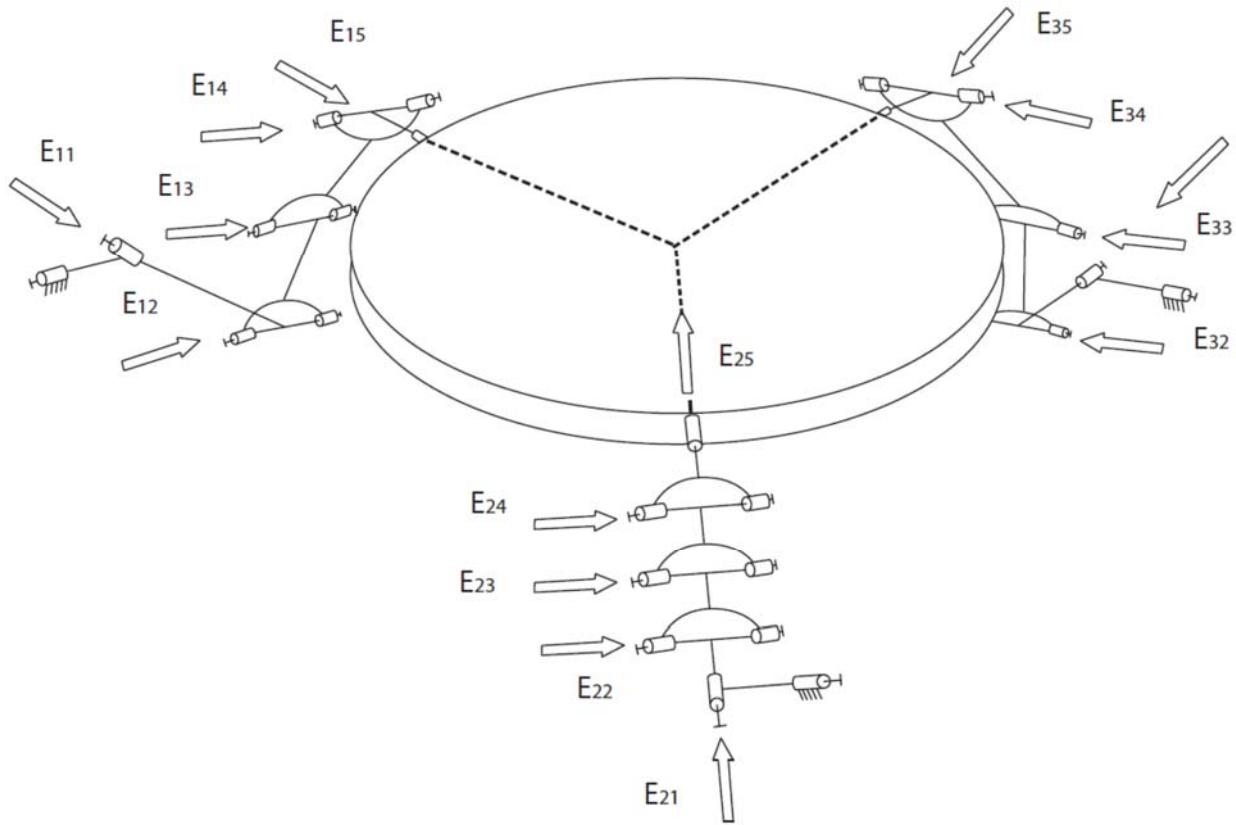


Рис. 2.3.

Скалярное произведение  $e_{14x} e_{15x} + e_{14y} e_{15y} + e_{14z} e_{15z} = 0$ , кроме того  $e_{11x} = e_{15x}$   $e_{11y} = e_{15y}$ ,  $e_{11z} = e_{15z}$   $\mathbf{E}_{21} (e_{21x}, e_{21y}, e_{21z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{22} (e_{22x}, e_{22y}, e_{22z}, e^o_{22x}, e^o_{22y}, e^o_{22z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{21x} e_{22x} + e_{21y} e_{22y} + e_{21z} e_{22z} = 0$   $\mathbf{E}_{13} (0, 0, 0, e^o_{23x}, e^o_{23y}, e^o_{23z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{22x} e^o_{23x} + e_{22y} e^o_{23y} + e_{22z} e^o_{23z} = 0$   $\mathbf{E}_{24} (e_{24x}, e_{24y}, e_{24z}, e^o_{24x}, e^o_{24y}, e^o_{24z})$ ,  $\mathbf{E}_{25} (0, 0, 0, e^o_{25x}, e^o_{25y}, e^o_{25z})$  причем, скалярное произведение  $e_{24x} e_{25x} + e_{24y} e_{25y} + e_{24z} e_{25z} = 0$ , кроме того  $e_{21x} = e_{25x}$ ,  $e_{21y} = e_{25y}$ ,  $e_{21z} = e_{25z}$   $\mathbf{E}_{31} (e_{31x}, e_{31y}, e_{31z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{32} (e_{32x}, e_{32y}, e_{32z}, e^o_{32x}, e^o_{32y}, e^o_{32z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{31x} e_{32x} + e_{31y} e_{32y} + e_{31z} e_{32z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{33} (0, 0, 0, e^o_{33x}, e^o_{33y}, e^o_{33z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{32x} e^o_{33x} + e_{32y} e^o_{33y} + e_{32z} e^o_{33z} = 0$   $\mathbf{E}_{34} (e_{34x}, e_{34y}, e_{34z}, e^o_{34x}, e^o_{34y}, e^o_{34z})$ ,  $\mathbf{E}_{35} (0, 0, 0, e^o_{35x}, e^o_{35y}, e^o_{35z})$  причем, скалярное произведение  $e_{34x} e_{35x} + e_{34y} e_{35y} + e_{34z} e_{35z} = 0$ , кроме того  $e_{31x} = e_{35x}$ ,  $e_{31y} = e_{35y}$ ,  $e_{31z} = e_{35z}$

Рассмотрим случай, когда кинематические пары  $E_{12} E_{22} E_{32} E_{14} E_{24} E_{34}$  расположены горизонтально. В этом случае плюккеровы координаты будут иметь вид:  $E_{11} (e_{11x}, e_{11y}, e_{11z}, 0, 0, 0)$ ,  $E_{12} (e_{12x}, e_{12y}, 0, e^o_{12x}, e^o_{12y}, e^o_{12z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{11x} e_{12x} + e_{11y} e_{12y} + e_{11z} 0 = 0$ ,  $E_{13} (0, 0, 0, e^o_{13x}, e^o_{13y}, e^o_{13z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{12x} e^o_{13x} + e_{12y} e^o_{13y} + 0 e^o_{13z} = 0$ ,  $E_{14} (e_{14x}, e_{14y}, 0, e^o_{14x}, e^o_{14y}, e^o_{14z})$ ,  $E_{15} (e_{15x}, e_{15y}, e_{15z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{14x} e_{15x} + e_{14y} e_{15y} + e_{14z} e_{15z} = 0$ ,  $E_{21} (e_{21x}, e_{21y}, e_{21z}, 0, 0, 0)$ ,  $E_{22} (e_{22x}, e_{22y}, 0, e^o_{22x}, e^o_{22y}, e^o_{22z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{21x} e_{22x} + e_{21y} e_{22y} + e_{21z} 0 = 0$ ,  $E_{23} (0, 0, 0, e^o_{23x}, e^o_{23y}, e^o_{23z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{22x} e^o_{23x} + e_{22y} e^o_{23y} + 0 e^o_{23z} = 0$ ,  $E_{24} (e_{24x}, e_{24y}, 0, e^o_{24x}, e^o_{24y}, e^o_{24z})$ ,  $E_{25} (e_{25x}, e_{25y}, e_{25z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{24x} e_{25x} + e_{24y} e_{25y} + 0 e_{25z} = 0$ ,  $E_{31} (e_{31x}, e_{31y}, e_{31z}, 0, 0, 0)$ ,  $E_{32} (e_{32x}, e_{32y}, 0, e^o_{32x}, e^o_{32y}, e^o_{32z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{31x} e_{32x} + e_{31y} e_{32y} + e_{31z} 0 = 0$ ,  $E_{33} (0, 0, 0, e^o_{33x}, e^o_{33y}, e^o_{33z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{32x} e^o_{33x} + e_{32y} e^o_{33y} + 0 e^o_{33z} = 0$ ,  $E_{34} (e_{34x}, e_{34y}, 0, e^o_{34x}, e^o_{34y}, e^o_{34z})$ ,  $E_{35} (e_{35x}, e_{35y}, e_{35z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{34x} e_{35x} + e_{34y} e_{35y} + 0 e_{35z} = 0$

Если  $E_{12} E_{13} E_{14}$ ,  $E_{22} E_{23} E_{24}$  и  $E_{32} E_{33} E_{34}$  будут горизонтальны, то они смогут обеспечить перемещение по оси  $z$  (это можно показать с помощью плоского механизма), что не допустимо. Таким образом, кинематические пары  $E_{12} E_{13} E_{14}$ ,  $E_{22} E_{23} E_{24}$  и  $E_{32} E_{33} E_{34}$  должны иметь наклон.

Убедимся, что данный механизм действительно совершает лишь поступательные движения. Для этого рассмотрим силовые винты, взаимные ортам осей кинематических пар соединительных кинематических цепей. Для первой кинематической цепи это будет силовой винт  $R_1$ , взаимный ортам осей кинематических пар  $E_{11}$ ,  $E_{12}$ ,  $E_{13}$ ,  $E_{14}$ ,  $E_{15}$ . Не трудно показать, что  $R_1$  расположен параллельно осям  $E_{12}$  и  $E_{14}$ , имеет параметр, равный нулю, и проходит через точку  $O$ . Действительно, этот винт взаимен ортам осей  $E_{11}$  и  $E_{15}$ , поскольку эти оси пересекают точку  $O$ , он взаимен ортам осей  $E_{12}$ ,  $E_{13}$  и  $E_{14}$ , поскольку параллелен им.

Таким образом, имеет место силовой винт нулевого параметра, проходящий через точку  $O$ . То же самое можно сказать о двух других соединительных



кинематических цепях, то есть имеются три силовых винта, препятствующих поступательным движениям. Следовательно, возможны лишь вращательные движения.

Теперь рассмотрим плюккеровы координаты единичных винтов осей кинематических пар того же механизма, в котором три кинематические цепи налагают по одной связи (Рис. 2.4), однако орты осей пар  $E_{11}$   $E_{21}$   $E_{31}$  будут пересекаться с ортам  $E_{15}$   $E_{15}$   $E_{35}$  (вернее с их продолжениями). Все обозначения соответствуют приведенным выше.

Этот механизм при отсутствии дополнительных приводов представляется как сферический (Рис. 2.5).

Единичные винты, характеризующие положения осей кинематических пар, имеют координаты (Рис. 2.6):

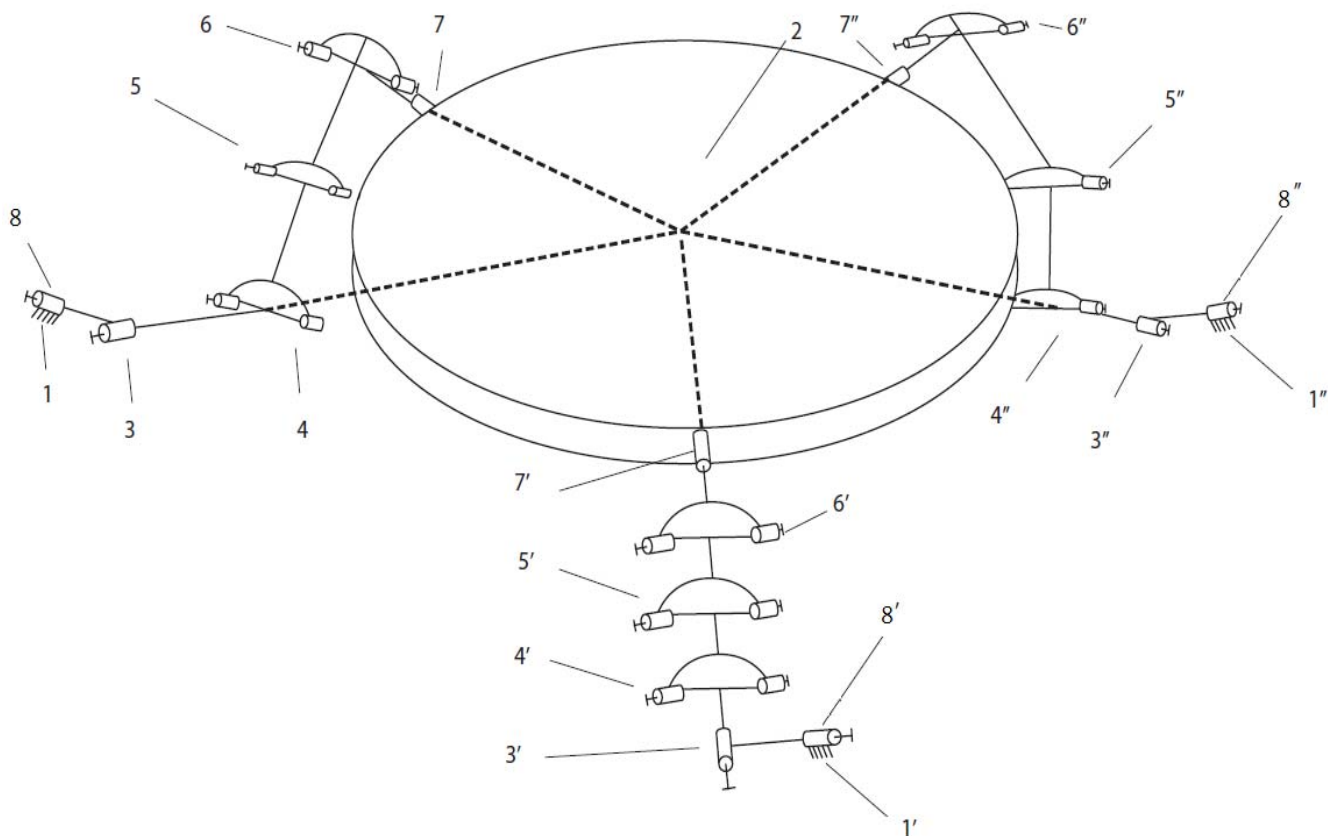


Рис. 2.4.

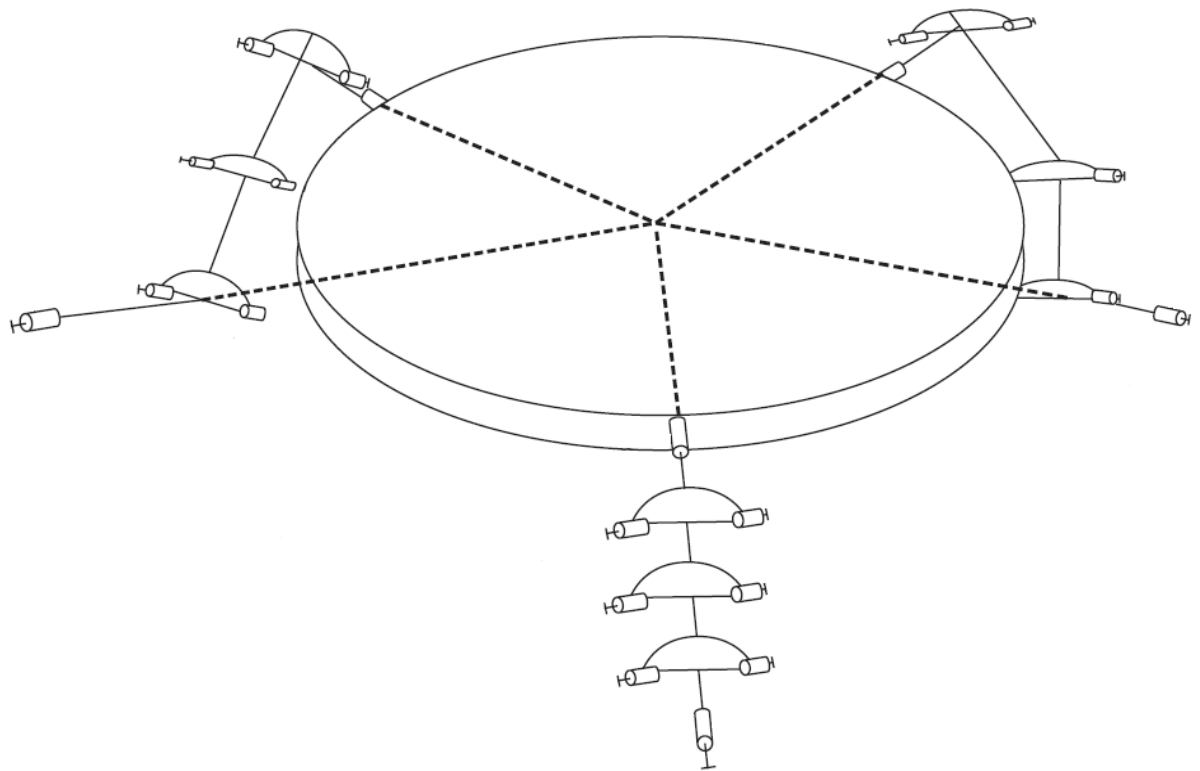


Рис. 2.5.

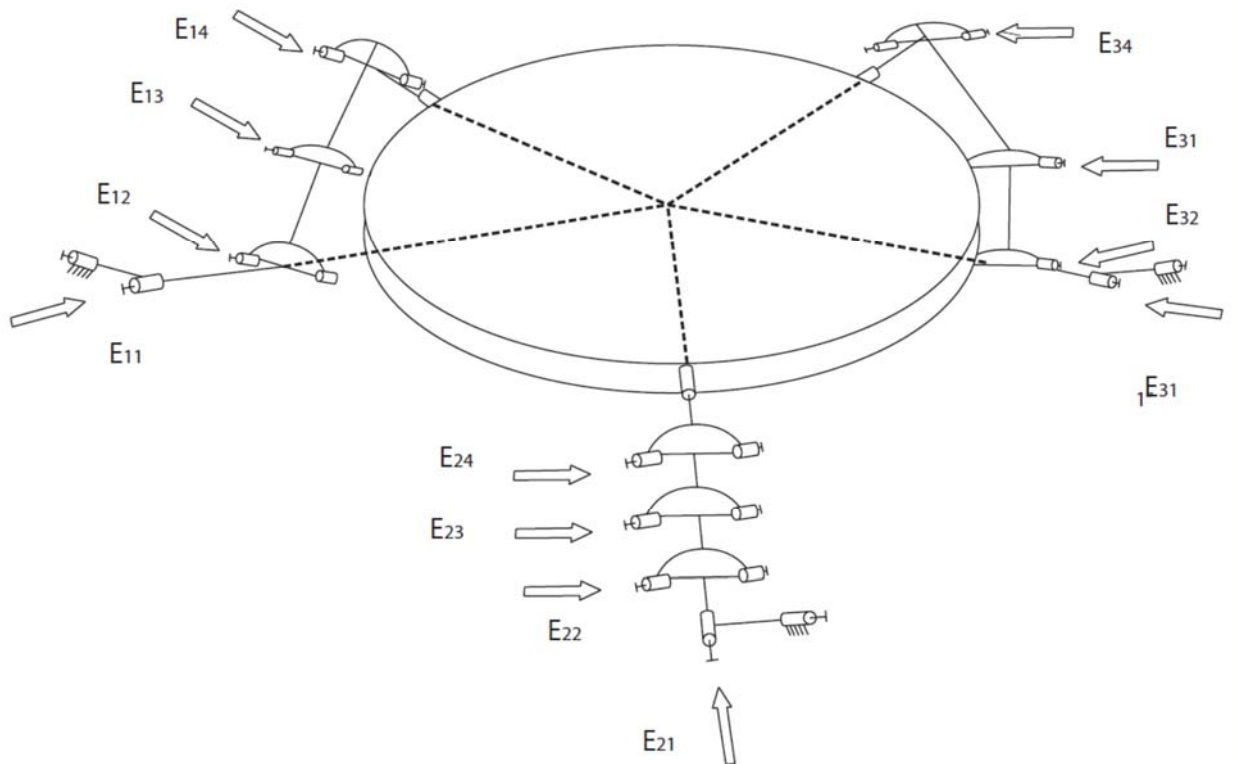


Рис. 2.6.

$\mathbf{E}_{11} (e_{11x}, e_{11y}, e_{11z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{12} (e_{12x}, e_{12y}, e_{12z}, e^o_{12x}, e^o_{12y}, e^o_{12z})$ , причем скалярное произведение  $e_{11x} e_{12x} + e_{11y} e_{12y} + e_{11z} e_{12z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{13} (e_{12x}, e_{12y}, e_{12z}, e^o_{13x}, e^o_{13y}, e^o_{13z})$ ,  $\mathbf{E}_{14} (e_{14x}, e_{14y}, e_{14z}, e^o_{14x}, e^o_{14y}, e^o_{14z})$ ,  $\mathbf{E}_{15} (e_{15x}, e_{15y}, e_{15z}, 0, 0, 0)$ , причем скалярное произведение  $e_{14x} e_{15x} + e_{14y} e_{15y} + e_{14z} e_{15z} = 0$ , кроме того  $e_{12x} = e_{13x} = e_{14x}$ ;  $e_{12y} = e_{13y} = e_{14y}$ ;  $e_{12z} = e_{13z} = e_{14z}$

$\mathbf{E}_{21} (e_{21x}, e_{21y}, e_{21z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{22} (e_{22x}, e_{22y}, e_{22z}, e^o_{22x}, e^o_{22y}, e^o_{22z})$ , причем скалярное произведение  $e_{21x} e_{22x} + e_{21y} e_{22y} + e_{21z} e_{22z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{23} (e_{22x}, e_{22y}, e_{22z}, e^o_{23x}, e^o_{23y}, e^o_{23z})$ ,  $\mathbf{E}_{14} (e_{24x}, e_{24y}, e_{24z}, e^o_{24x}, e^o_{24y}, e^o_{24z})$ ,  $\mathbf{E}_{15} (e_{25x}, e_{25y}, e_{25z}, 0, 0, 0)$ , причем скалярное произведение  $e_{24x} e_{25x} + e_{24y} e_{25y} + e_{24z} e_{25z} = 0$ , кроме того  $e_{22x} = e_{23x} = e_{24x}$ ;  $e_{22y} = e_{23y} = e_{24y}$ ;  $e_{22z} = e_{23z} = e_{24z}$

$\mathbf{E}_{21} (e_{21x}, e_{21y}, e_{21z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{22} (e_{22x}, e_{22y}, e_{22z}, e^o_{22x}, e^o_{22y}, e^o_{22z})$ , причем скалярное произведение  $e_{21x} e_{22x} + e_{21y} e_{22y} + e_{21z} e_{22z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{23} (e_{22x}, e_{22y}, e_{22z}, e^o_{23x}, e^o_{23y}, e^o_{23z})$ ,  $\mathbf{E}_{24} (e_{24x}, e_{24y}, e_{24z}, e^o_{24x}, e^o_{24y}, e^o_{24z})$ ,  $\mathbf{E}_{25} (e_{25x}, e_{25y}, e_{25z}, 0, 0, 0)$ , причем скалярное произведение  $e_{24x} e_{25x} + e_{24y} e_{25y} + e_{24z} e_{25z} = 0$ , кроме того  $e_{22x} = e_{23x} = e_{24x}$ ;  $e_{22y} = e_{23y} = e_{24y}$ ;  $e_{22z} = e_{23z} = e_{24z}$

$\mathbf{E}_{31} (e_{31x}, e_{31y}, e_{31z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{32} (e_{32x}, e_{32y}, e_{32z}, e^o_{32x}, e^o_{32y}, e^o_{32z})$ , причем скалярное произведение  $e_{31x} e_{32x} + e_{31y} e_{32y} + e_{31z} e_{32z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{33} (e_{33x}, e_{33y}, e_{33z}, e^o_{33x}, e^o_{33y}, e^o_{33z})$ ,  $\mathbf{E}_{34} (e_{34x}, e_{34y}, e_{34z}, e^o_{34x}, e^o_{34y}, e^o_{34z})$ ,  $\mathbf{E}_{35} (e_{35x}, e_{35y}, e_{35z}, 0, 0, 0)$ , причем скалярное произведение  $e_{34x} e_{35x} + e_{34y} e_{35y} + e_{34z} e_{35z} = 0$ , кроме того  $e_{32x} = e_{33x} = e_{34x}$ ;  $e_{32y} = e_{33y} = e_{34y}$ ;  $e_{32z} = e_{33z} = e_{34z}$

Вновь рассмотрим случай, когда кинематические пары  $\mathbf{E}_{12} \mathbf{E}_{22} \mathbf{E}_{32} \mathbf{E}_{14} \mathbf{E}_{24} \mathbf{E}_{34}$  расположены горизонтально. В этом случае плюккеровы координаты будут иметь вид:  $\mathbf{E}_{11} (e_{11x}, e_{11y}, e_{11z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{12} (e_{12x}, e_{12y}, 0, e^o_{12x}, e^o_{12y}, e^o_{12z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{11x} e_{12x} + e_{11y} e_{12y} + e_{11z} 0 = 0$ ,  $\mathbf{E}_{13} (e_{13x}, e_{13y}, 0, e^o_{13x}, e^o_{13y}, e^o_{13z})$ ,  $\mathbf{E}_{14} (e_{14x}, e_{14y}, 0, e^o_{14x}, e^o_{14y}, e^o_{14z})$ ,  $\mathbf{E}_{15} (e_{15x}, e_{15y}, e_{15z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{14x} e_{15x} + e_{14y} e_{15y} + e_{14z} e_{15z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{21} (e_{21x}, e_{21y}, e_{21z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{22} (e_{22x}, e_{22y}, 0, e^o_{22x}, e^o_{22y}, e^o_{22z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{21x} e_{22x} + e_{21y} e_{22y} + e_{21z} 0 = 0$   $\mathbf{E}_{23} (e_{23x}, e_{23y}, 0, e^o_{23x}, e^o_{23y}, e^o_{23z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{22x} e^o_{23x} + e_{22y} e^o_{23y} + 0 e^o_{23z} = 0$   $\mathbf{E}_{24} (e_{24x}, e_{24y}, 0, e^o_{24x}, e^o_{24y}, e^o_{24z})$ ,  $\mathbf{E}_{25} (e_{25x}, e_{25y}, e_{25z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{24x} e_{25x} + e_{24y} e_{25y} + 0 e_{25z} = 0$ ,

$E_{31} (e_{31x}, e_{31y}, e_{31z}, 0, 0, 0)$ ,  $E_{32} (e_{32x}, e_{32y}, 0, e^o_{32x}, e^o_{32y}, e^o_{32z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{31x} e_{32x} + e_{31y} e_{32y} + e_{31z} 0 = 0$   $E_{33} (e_{33x}, e_{33y}, 0, e^o_{33x}, e^o_{33y}, e^o_{33z})$ ,  $E_{34} (e_{34x}, e_{34y}, 0, e^o_{34x}, e^o_{34y}, e^o_{34z})$ ,  $E_{35} (e_{35x}, e_{35y}, e_{35z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{34x} e_{35x} + e_{34y} e_{35y} + 0 e_{35z} = 0$

Если  $E_{12} E_{13} E_{14}$ ,  $E_{22} E_{23} E_{24}$  и  $E_{32} E_{33} E_{34}$  будут горизонтальны, то они вновь смогут обеспечить перемещение по оси  $z$  (это можно показать с помощью плоского механизма), что не допустимо. Таким образом, кинематические пары  $E_{12} E_{13} E_{14}$ ,  $E_{22} E_{23} E_{24}$  и  $E_{32} E_{33} E_{34}$  должны иметь наклон.

Убедимся, что данный механизм действительно совершает лишь вращательные движения. Для этого рассмотрим силовые винты, взаимные ортам осей кинематических пар соединительных кинематических цепей. Для первой кинематической цепи это будет силовой винт  $R_1$ , взаимный ортам осей кинематических пар  $E_{11}, E_{12}, E_{13}, E_{14}, E_{15}$ . Не трудно показать, что  $R_1$  расположен параллельно осям  $E_{12}$  и  $E_{14}$ , имеет параметр, равный нулю, и проходит через точку  $O$ . Действительно, этот винт взаимен ортам осей  $E_{11}$  и  $E_{15}$ , поскольку эти оси пересекают точку  $O$ , он взаимен ортам осей  $E_{12}, E_{13}$  и  $E_{14}$ , поскольку параллелен им.

Таким образом, имеет место силовой винт нулевого параметра, проходящий через точку  $O$ . То же самое можно сказать о двух других соединительных кинематических цепях, то есть имеются три силовых винта, препятствующих поступательным движениям. Следовательно, возможны лишь вращательные движения.

Рассматриваемый механизм работает следующим образом: Относительно основания 1 выходное звено 2 перемещается по трем координатам посредством трех соединительных кинематических цепей. При этом с каждой входной вращательной кинематической пары 3, оси которых распложены с пересечением в одной точке, движение передается на начальную вращательную кинематическую пару 4, ось которой расположена перпендикулярно оси входной кинематической пары 3, далее движение передается на вращательную ки-

нематическую пару 5, ось которой расположена перпендикулярно оси начальной вращательной кинематической пары 4. Затем движение передается на промежуточную вращательную кинематическую пару 6, ось которой расположена параллельно оси начальной вращательной кинематической пары 4, и затем на конечную вращательную кинематическую пару 7, причем оси всех конечных вращательных кинематических пар 7 расположены с пересечением в одной точке. Для осуществления вращательных движений дополнительный привод 8 устанавливается в такое положение, чтобы оси входных 3 и конечных 7 вращательных кинематических пар пересекались бы в одной точке. Для осуществления поступательных перемещений выходного звена дополнительные приводы 8 устанавливаются в такое положение, чтобы оси соответствующих входных 3 и конечных 7 вращательных кинематических пар были бы параллельны друг к другу, тем самым достигается расширение функциональных возможностей механизма, который может выполнять как поступательные так вращательные движения.

## **2.2. Структурный анализ механизмов параллельно-переменной структуры с поступательными и сферическими движениями выходного звена и поступательными двигателями.**

В данном параграфе представим методику структурного анализа и синтеза механизмов, выполняющих сферические и поступательные движения. Как отмечалось, эти механизмы могут рассматриваться как механизмы параллельно-переменной структуры. Вновь используем структурную формулу Сомова-Малышева для пространственного механизма,

$$W = 6(n - 1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$

где  $n$  – число звеньев;  $p_5$  – число пар пятого класса (одноподвижных пар);  $p_4$  – число пар четвертого класса (двухподвижных пар).

Кроме того, используем геометрические соотношения определяющие характер движения выходного звена. Для построения механизма параллельно-

переменной структуры используем подобный подход, как в предыдущем параграфе, то есть для представления одной вращательной пары будем применять одну поступательную пару и два вращательных шарнира.

В результате получим механизм с тремя степенями свободы (Рис. 2.7), который включает основание 1, выходное звено 2, три кинематические цепи, каждая из которых содержит входную вращательную кинематическую пару 3, начальную вращательную кинематическую пару 4, поступательную кинематическую пару 5, промежуточную вращательную кинематическую пару 6, конечную вращательную кинематическую пару 7, причем оси начальной 4 и промежуточной 6 вращательных кинематических пар расположены параллельно друг к другу, ось начальной вращательной кинематической пары 4 расположена с пересечением оси входной вращательной кинематической пары 3, перпендикулярно ей, а ось промежуточной вращательной кинематической пары 6 расположена с пересечением оси конечной вращательной кинематической пары 7, перпендикулярно ей, каждая кинематическая цепь снабжена дополнительным приводом вращательного перемещения 8, ось которого расположена с пересечением оси входной вращательной кинематической пары 3, перпендикулярно ей.

Число степеней свободы определим по структурной формуле, приведенной выше

$$W=6(17-1)-5*18=6$$

Итак, механизм имеет шесть степеней свободы. Три дополнительные степени свободы обусловлены тем, что в каждой кинематической цепи присутствует кинематический привод, который служит для того чтобы изменять взаимное расположение вращательных кинематических пар и обуславливать либо поступательные либо сферические движения выходного звена.

Этот механизм может иметь разные модификации, одна из них приведена на рис. 2.8. Эта модификация отличается расположением вращательных кинематических пар.

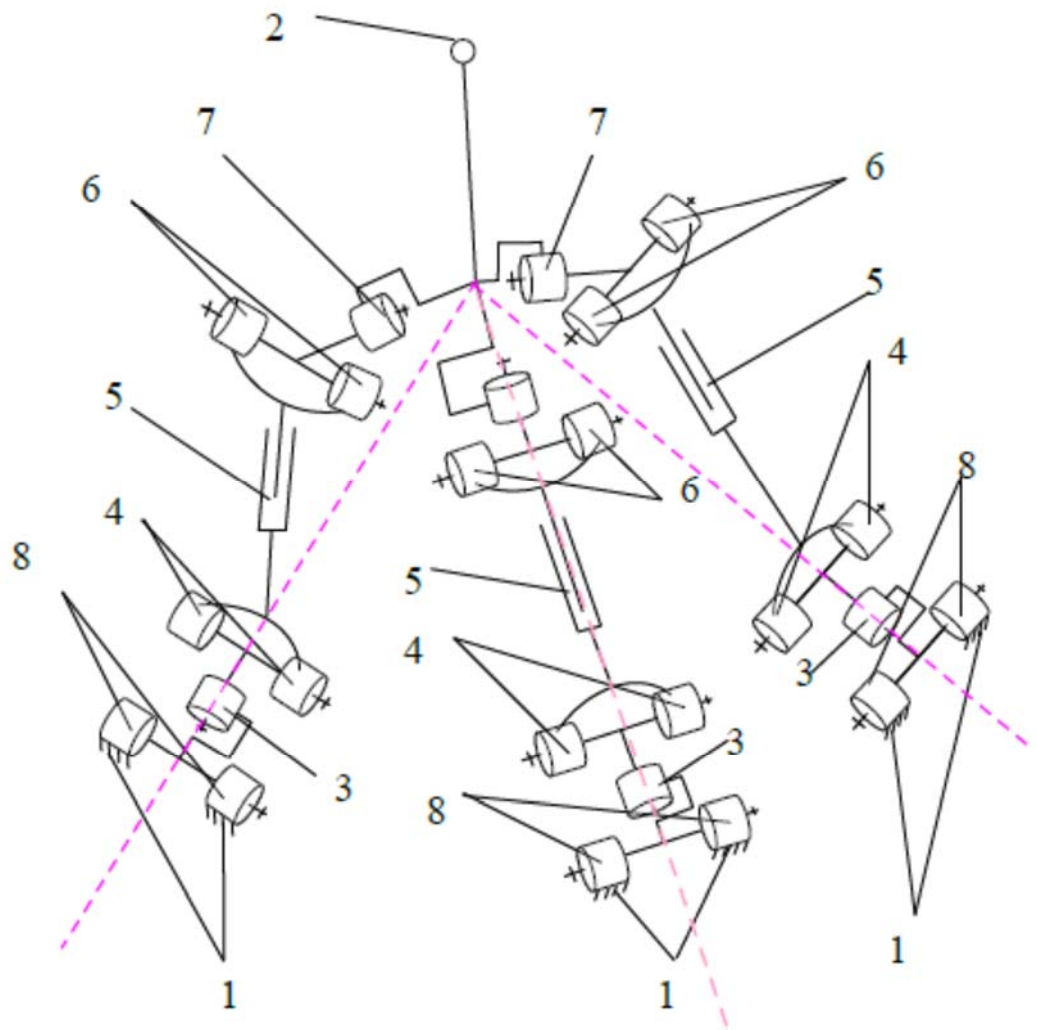


Рис. 2.7.

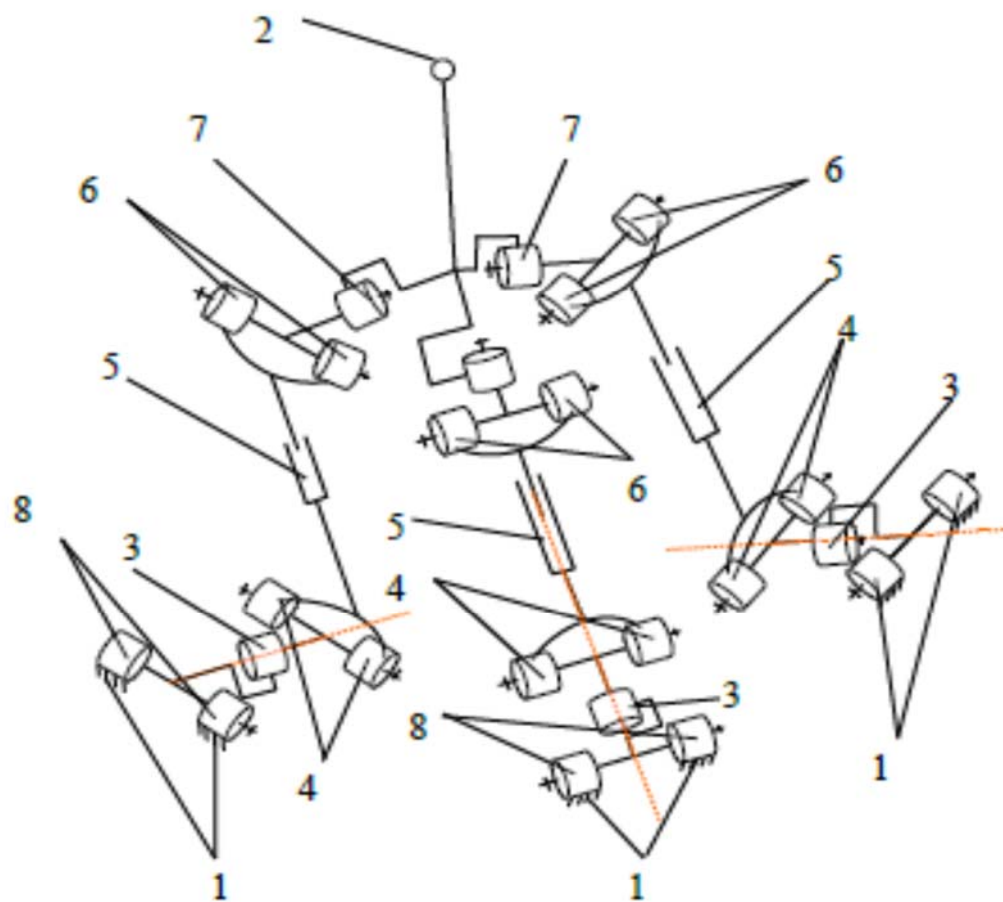


Рис. 2.8.



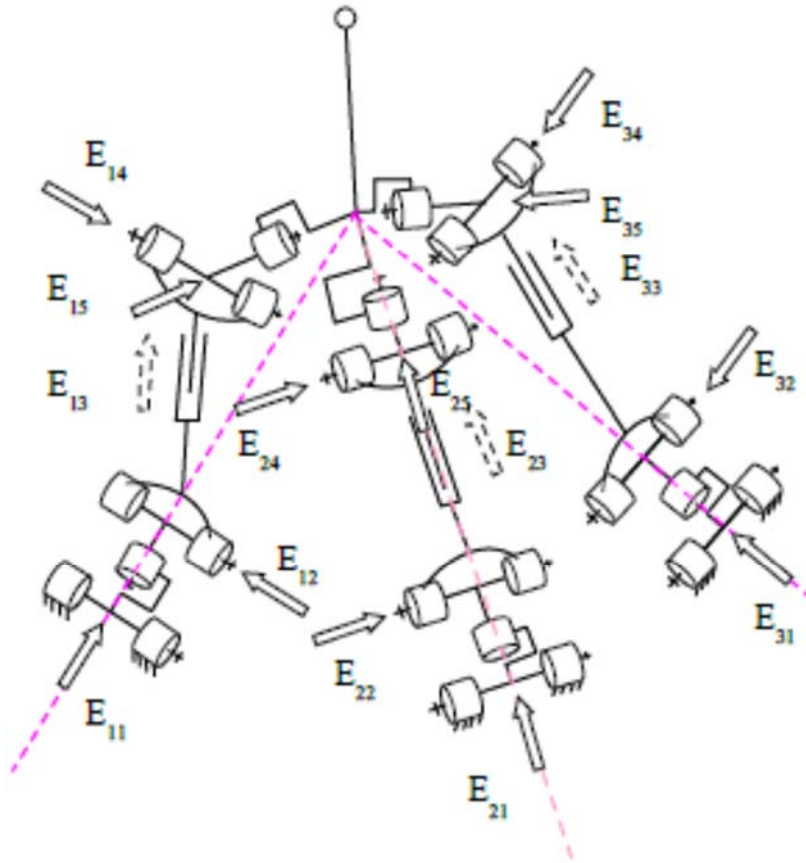


Рис. 2.9.

Рассмотрим плюккеровы координаты единичных винтов осей кинематических пар механизма, в котором три кинематические цепи налагают по одной связи (Рис. 2.9) Единичные винты, характеризующие положения осей кинематических пар, имеют координаты:

$\mathbf{E}_{11} (e_{11x}, e_{11y}, e_{11z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{12} (e_{12x}, e_{12y}, e_{12z}, e^o_{12x}, e^o_{12y}, e^o_{12z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{11x} e_{12x} + e_{11y} e_{12y} + e_{11z} e_{12z} = 0$   $\mathbf{E}_{13} (0, 0, 0, e^o_{13x}, e^o_{13y}, e^o_{13z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{12x} e^o_{13x} + e_{12y} e^o_{13y} + e_{12z} e^o_{13z} = 0$   $\mathbf{E}_{14} (e_{14x}, e_{14y}, e_{14z}, e^o_{14x}, e^o_{14y}, e^o_{14z})$ ,  $\mathbf{E}_{15} (e_{15x}, e_{15y}, e_{15z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{14x} e_{15x} + e_{14y} e_{15y} + e_{14z} e_{15z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{21} (e_{21x}, e_{21y}, e_{21z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{22} (e_{22x}, e_{22y}, e_{22z}, e^o_{22x}, e^o_{22y}, e^o_{22z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{21x} e_{22x} + e_{21y} e_{22y} + e_{21z} e_{22z} = 0$   $\mathbf{E}_{13} (0, 0, 0, e^o_{23x}, e^o_{23y}, e^o_{23z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{22x} e^o_{23x} + e_{22y} e^o_{23y} + e_{22z} e^o_{23z} = 0$   $\mathbf{E}_{24} (e_{24x}, e_{24y}, e_{24z}, e^o_{24x}, e^o_{24y}, e^o_{24z})$ ,  $\mathbf{E}_{15} (0, 0, 0, e^o_{25x}, e^o_{25y}, e^o_{25z})$  причем, скалярное произведение  $e_{24x} e_{25x} + e_{24y} e_{25y} + e_{24z} e_{25z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{31} (e_{31x}, e_{31y}, e_{31z},$

$0, 0, 0$ ),  $\mathbf{E}_{32} (e_{32x}, e_{32y}, e_{32z}, e^o_{32x}, e^o_{32y}, e^o_{32z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{31x} e_{32x} + e_{31y} e_{32y} + e_{31z} e_{32z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{13} (0, 0, 0, e^o_{33x}, e^o_{33y}, e^o_{33z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{32x} e^o_{33x} + e_{32y} e^o_{33y} + e_{32z} e^o_{33z} = 0$   $\mathbf{E}_{34} (e_{34x}, e_{34y}, e_{34z}, e^o_{34x}, e^o_{34y}, e^o_{34z})$ ,  $\mathbf{E}_{15} (0, 0, 0, e^o_{35x}, e^o_{35y}, e^o_{35z})$  причем, скалярное произведение  $e_{34x} e^o_{35x} + e_{34y} e^o_{35y} + e_{34z} e^o_{35z} = 0$ ,

Рассмотрим случай когда кинематические пары  $\mathbf{E}_{12} \mathbf{E}_{22} \mathbf{E}_{32} \mathbf{E}_{14} \mathbf{E}_{24} \mathbf{E}_{34}$  расположены горизонтально. В этом случае плюккеровы координаты будут иметь вид:  $\mathbf{E}_{11} (e_{11x}, e_{11y}, e_{11z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{12} (e_{12x}, e_{12y}, 0, e^o_{12x}, e^o_{12y}, e^o_{12z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{11x} e_{12x} + e_{11y} e_{12y} + e_{11z} 0 = 0$ ,  $\mathbf{E}_{13} (0, 0, 0, e^o_{13x}, e^o_{13y}, e^o_{13z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{12x} e^o_{13x} + e_{12y} e^o_{13y} + 0 e^o_{13z} = 0$   $\mathbf{E}_{14} (e_{14x}, e_{14y}, 0, e^o_{14x}, e^o_{14y}, e^o_{14z})$ ,  $\mathbf{E}_{15} (e_{15x}, e_{15y}, e_{15z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{14x} e_{15x} + e_{14y} e_{15y} + e_{14z} e_{15z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{21} (e_{21x}, e_{21y}, e_{21z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{22} (e_{22x}, e_{22y}, 0, e^o_{22x}, e^o_{22y}, e^o_{22z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{21x} e_{22x} + e_{21y} e_{22y} + e_{21z} 0 = 0$ ,  $\mathbf{E}_{23} (0, 0, 0, e^o_{23x}, e^o_{23y}, e^o_{23z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{22x} e^o_{23x} + e_{22y} e^o_{23y} + 0 e^o_{23z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{24} (e_{24x}, e_{24y}, 0, e^o_{24x}, e^o_{24y}, e^o_{24z})$ ,  $\mathbf{E}_{15} (e_{25x}, e_{25y}, e_{25z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{24x} e_{25x} + e_{24y} e_{25y} + 0 e_{25z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{31} (e_{31x}, e_{31y}, e_{31z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{32} (e_{32x}, e_{32y}, 0, e^o_{32x}, e^o_{32y}, e^o_{32z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{31x} e_{32x} + e_{31y} e_{32y} + e_{31z} 0 = 0$ ,  $\mathbf{E}_{33} (0, 0, 0, e^o_{33x}, e^o_{33y}, e^o_{33z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{32x} e^o_{33x} + e_{32y} e^o_{33y} + 0 e^o_{33z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{34} (e_{34x}, e_{34y}, 0, e^o_{34x}, e^o_{34y}, e^o_{34z})$ ,  $\mathbf{E}_{15} (e_{35x}, e_{35y}, e_{35z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{34x} e^o_{35x} + e_{34y} e^o_{35y} + 0 e_{35z} = 0$

Если  $\mathbf{E}_{12} \mathbf{E}_{14}$ ,  $\mathbf{E}_{22} \mathbf{E}_{24}$  и  $\mathbf{E}_{32} \mathbf{E}_{34}$  будут горизонтальны, то они в совокупности с поступательными парами  $\mathbf{E}_{13} \mathbf{E}_{23} \mathbf{E}_{33}$  смогут обеспечить перемещение по оси z (это можно показать с помощью плоского механизма), что не допустимо. Таким образом, кинематические пары  $\mathbf{E}_{13} \mathbf{E}_{23} \mathbf{E}_{33}$  должны иметь наклон как в случае, описанном выше.

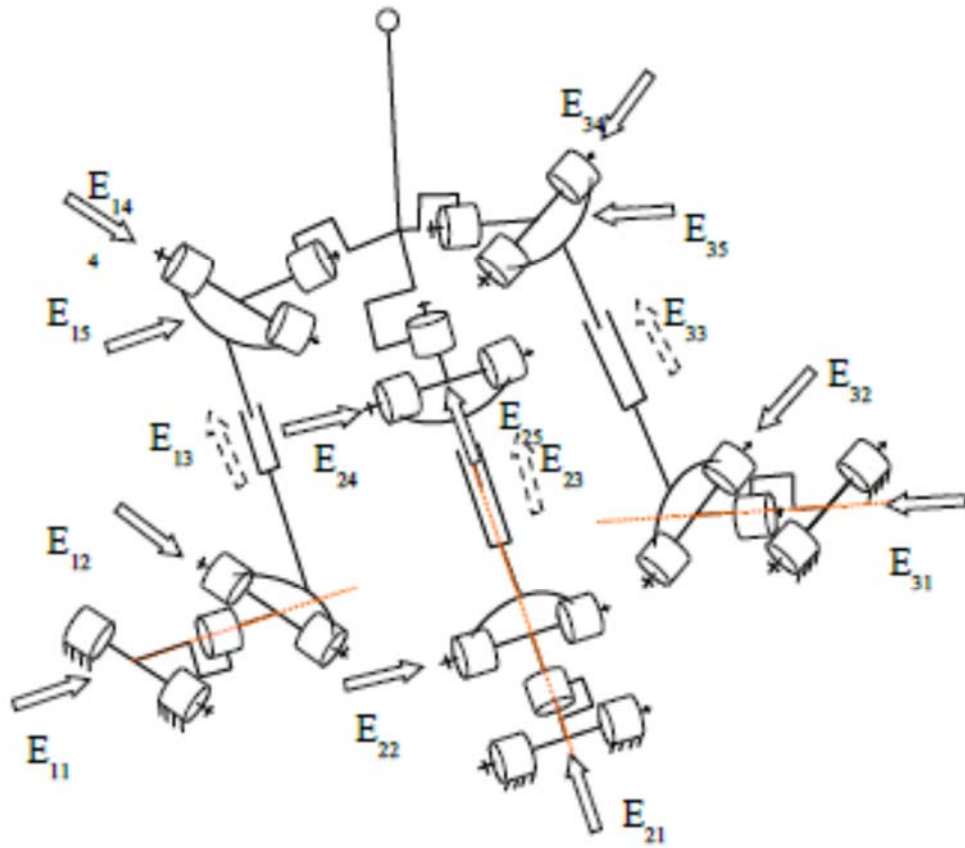


Рис. 2.10.

Рассмотрим плюккеры координаты единичных винтов осей кинематических пар того же механизма, в котором три кинематические цепи налагают по одной связи (Рис. 2.10), однако орты осей пар  $E_{11}$   $E_{21}$   $E_{31}$  будут параллельны ортам  $E_{15}$   $E_{15}$   $E_{35}$ . Единичные винты, характеризующие положения осей кинематических пар, имеют координаты:

$E_{11} (e_{11x}, e_{11y}, e_{11z}, e^o_{11x}, e^o_{11y}, e^o_{11z})$ ,  $E_{12} (e_{12x}, e_{12y}, e_{12z}, e^o_{12x}, e^o_{12y}, e^o_{12z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{11x} e_{12x} + e_{11y} e_{12y} + e_{11z} e_{12z} = 0$   $E_{13} (0, 0, 0, e^o_{13x}, e^o_{13y}, e^o_{13z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{12x} e^o_{13x} + e_{12y} e^o_{13y} + e_{12z} e^o_{13z} = 0$   $E_{14} (e_{14x}, e_{14y}, e_{14z}, e^o_{14x}, e^o_{14y}, e^o_{14z})$ ,  $E_{15} (e_{15x}, e_{15y}, e_{15z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{14x} e_{15x} + e_{14y} e_{15y} + e_{14z} e_{15z} = 0$ , кроме того  $e_{11x} = e_{15x}$   $e_{11y} = e_{15y}$ ,  $e_{11z} = e_{15z}$

$= \mathbf{e}_{15z} \mathbf{E}_{21} (e_{21x}, e_{21y}, e_{21z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{22} (e_{22x}, e_{22y}, e_{22z}, e^o_{22x}, e^o_{22y}, e^o_{22z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{21x} e_{22x} + e_{21y} e_{22y} + e_{21z} e_{22z} = 0$   $\mathbf{E}_{13} (0, 0, 0, e^o_{23x}, e^o_{23y}, e^o_{23z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{22x} e^o_{23x} + e_{22y} e^o_{23y} + e_{22z} e^o_{23z} = 0$   $\mathbf{E}_{24} (e_{24x}, e_{24y}, e_{24z}, e^o_{24x}, e^o_{24y}, e^o_{24z})$ ,  $\mathbf{E}_{25} (0, 0, 0, e^o_{25x}, e^o_{25y}, e^o_{25z})$  причем, скалярное произведение  $e_{24x} e_{25x} + e_{24y} e_{25y} + e_{24z} e_{25z} = 0$ , кроме того  $\mathbf{e}_{21x} = \mathbf{e}_{25x}$ ,  $\mathbf{e}_{21y} = \mathbf{e}_{25y}$ ,  $\mathbf{e}_{21z} = \mathbf{e}_{25z}$   $\mathbf{E}_{31} (e_{31x}, e_{31y}, e_{31z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{32} (e_{32x}, e_{32y}, e_{32z}, e^o_{32x}, e^o_{32y}, e^o_{32z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{31x} e_{32x} + e_{31y} e_{32y} + e_{31z} e_{32z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{33} (0, 0, 0, e^o_{33x}, e^o_{33y}, e^o_{33z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{32x} e^o_{33x} + e_{32y} e^o_{33y} + e_{32z} e^o_{33z} = 0$   $\mathbf{E}_{34} (e_{34x}, e_{34y}, e_{34z}, e^o_{34x}, e^o_{34y}, e^o_{34z})$ ,  $\mathbf{E}_{35} (0, 0, 0, e^o_{35x}, e^o_{35y}, e^o_{35z})$  причем, скалярное произведение  $e_{34x} e_{35x} + e_{34y} e_{35y} + e_{34z} e_{35z} = 0$ , кроме того  $\mathbf{e}_{31x} = \mathbf{e}_{35x}$ ,  $\mathbf{e}_{31y} = \mathbf{e}_{35y}$ ,  $\mathbf{e}_{31z} = \mathbf{e}_{35z}$

Вновь рассмотрим случай, когда кинематические пары  $\mathbf{E}_{12} \mathbf{E}_{22} \mathbf{E}_{32} \mathbf{E}_{14} \mathbf{E}_{24} \mathbf{E}_{34}$  расположены горизонтально. В этом случае плюккеровы координаты будут иметь вид:  $\mathbf{E}_{11} (e_{11x}, e_{11y}, e_{11z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{12} (e_{12x}, e_{12y}, 0, e^o_{12x}, e^o_{12y}, e^o_{12z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{11x} e_{12x} + e_{11y} e_{12y} + e_{11z} 0 = 0$ ,  $\mathbf{E}_{13} (0, 0, 0, e^o_{13x}, e^o_{13y}, e^o_{13z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{12x} e^o_{13x} + e_{12y} e^o_{13y} + 0 e^o_{13z} = 0$   $\mathbf{E}_{14} (e_{14x}, e_{14y}, 0, e^o_{14x}, e^o_{14y}, e^o_{14z})$ ,  $\mathbf{E}_{15} (e_{15x}, e_{15y}, e_{15z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{14x} e_{15x} + e_{14y} e_{15y} + e_{14z} e_{15z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{21} (e_{21x}, e_{21y}, e_{21z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{22} (e_{22x}, e_{22y}, 0, e^o_{22x}, e^o_{22y}, e^o_{22z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{21x} e_{22x} + e_{21y} e_{22y} + e_{21z} 0 = 0$   $\mathbf{E}_{23} (0, 0, 0, e^o_{23x}, e^o_{23y}, e^o_{23z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{22x} e^o_{23x} + e_{22y} e^o_{23y} + 0 e^o_{23z} = 0$   $\mathbf{E}_{24} (e_{24x}, e_{24y}, 0, e^o_{24x}, e^o_{24y}, e^o_{24z})$ ,  $\mathbf{E}_{25} (e_{25x}, e_{25y}, e_{25z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{24x} e_{25x} + e_{24y} e_{25y} + 0 e_{25z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{31} (e_{31x}, e_{31y}, e_{31z}, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{E}_{32} (e_{32x}, e_{32y}, 0, e^o_{32x}, e^o_{32y}, e^o_{32z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{31x} e_{32x} + e_{31y} e_{32y} + e_{31z} 0 = 0$   $\mathbf{E}_{33} (0, 0, 0, e^o_{33x}, e^o_{33y}, e^o_{33z})$ , причем, скалярное произведение  $e_{32x} e^o_{33x} + e_{32y} e^o_{33y} + 0 e^o_{33z} = 0$ ,  $\mathbf{E}_{34} (e_{34x}, e_{34y}, 0, e^o_{34x}, e^o_{34y}, e^o_{34z})$ ,  $\mathbf{E}_{35} (e_{35x}, e_{35y}, e_{35z}, 0, 0, 0)$  причем, скалярное произведение  $e_{34x} e_{35x} + e_{34y} e_{35y} + 0 e_{35z} = 0$

Если  $\mathbf{E}_{12} \mathbf{E}_{14}$ ,  $\mathbf{E}_{22} \mathbf{E}_{24}$  и  $\mathbf{E}_{32} \mathbf{E}_{34}$  будут горизонтальны, то они в совокупности с поступательными парами  $\mathbf{E}_{13} \mathbf{E}_{23} \mathbf{E}_{33}$  вновь смогут обеспечить перемещение по оси z (это снова можно показать с помощью плоского механизма), что

не допустимо. Таким образом, кинематические пары должны  $E_{13}$   $E_{23}$   $E_{33}$  должны иметь наклон.

Рассматриваемый механизм работает следующим образом: Относительно основания 1 выходное звено 2 перемещается по трем координатам посредством трех соединительных кинематических цепей. При этом с каждой входной вращательной кинематической пары 3, оси которых расположены с пересечением в одной точке, движение передается на начальную вращательную кинематическую пару 4, ось которой расположена перпендикулярно оси входной кинематической пары 3, далее движение передается на поступательную кинематическую пару 5, ось которой расположена перпендикулярно оси начальной вращательной кинематической пары 4, затем движение передается на промежуточную вращательную кинематическую пару 6, ось которой расположена параллельно оси начальной вращательной кинематической пары 4, и затем на конечную вращательную кинематическую пару 7, причем оси всех конечных вращательных кинематических пар 7 расположены с пересечением в одной точке. Для осуществления вращательных движений дополнительный привод 8 устанавливается в такое положение, чтобы оси входных 3 и конечных 7 вращательных кинематических пар пересекались бы в одной точке. Для осуществления поступательных перемещений выходного звена дополнительные приводы 8 устанавливаются в такое положение, чтобы оси соответствующих входных 3 и конечных 7 вращательных кинематических пар были бы параллельны друг к другу, тем самым достигается расширение функциональных возможностей механизма, которая может выполнять как поступательные так вращательные движения.

Таким образом, в данной главе проведен структурный анализ и синтез механизмов параллельно-переменной структуры.

## Глава 3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ДЛЯ ПОСТУПАТЕЛЬНЫХ И ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ

Данная глава посвящена вопросам кинематического анализа механизмов параллельной структуры с тремя кинематическими цепями, выполняющих поступательные и вращательные движения. При этом решается задача о положениях и скоростях.

### 3.1 Кинематический анализ поступательно направляющего механизма.

В параграфе рассмотрим кинематический анализ поступательно направляющего механизма с тремя степенями свободы (рис 3.1.). Данный механизм был рассмотрен в предыдущей главе. Представим его геометрические параметры. Точки  $A_1$   $A_2$   $A_3$  расположены на выходном звене на осях подвижной системы координат  $x'$   $y'$   $z'$ . При этом координаты указанных точек в подвижной системе координат имеют следующие значения.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

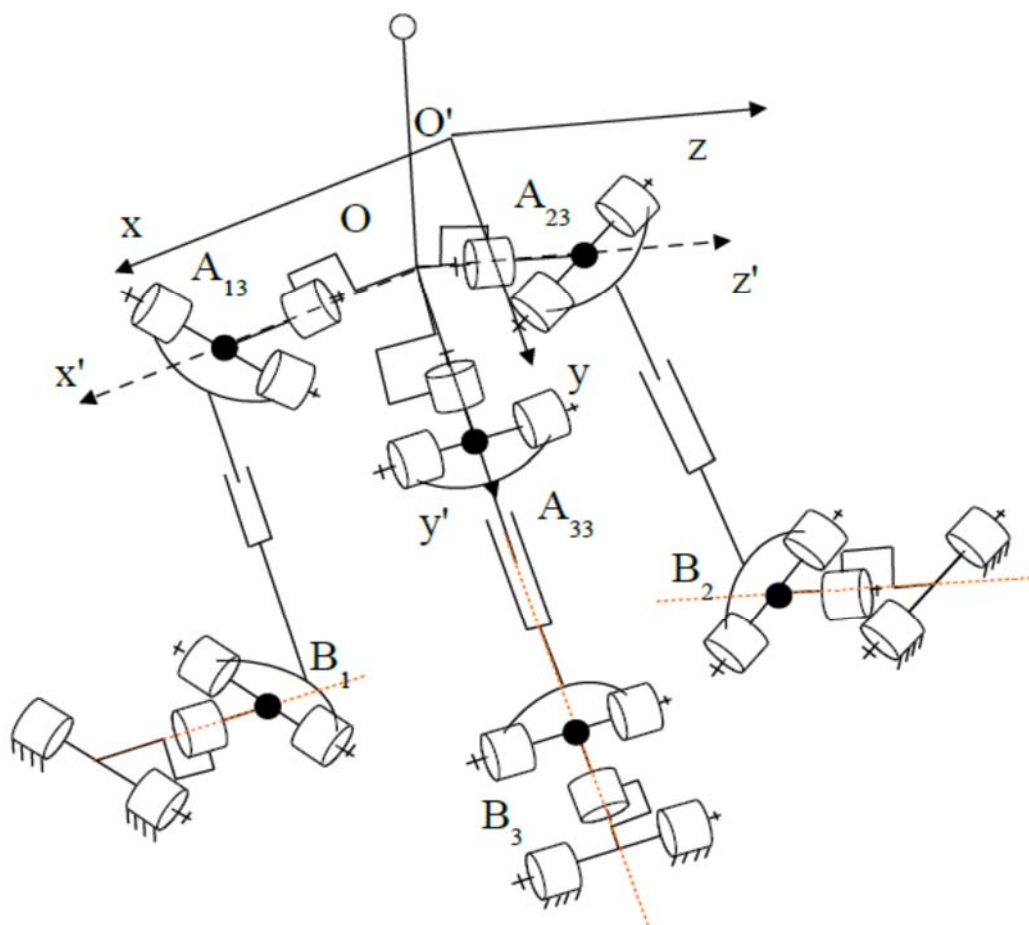


Рисунок 3.1

Точки  $B_1$   $B_2$   $B_3$  расположены на неподвижном звене вдоль осей неподвижной системы координат  $x$   $y$   $z$ . При этом координаты указанных точек в неподвижной системе координат имеют следующие значения.

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0.15 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.15 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.15 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Как видно из рисунка, начало координат  $O$  и  $O'$  не совпадает, а направление осей  $x$   $y$   $z$  и  $x'$   $y'$   $z'$  параллельны.

Приведем решение задачи о положениях.

Пусть задано положение точки  $O'$ , а также положение точек  $A_1$   $A_2$   $A_3$  в подвижной системе координат. Эти точки имеют координаты  $x'$   $y'$   $z'$ . Используем матрицу Денавита-Хартенберга, имеющую размер  $4 \times 4$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Эту матрицу умножаем на четырехмерные векторы, характеризующие точки  $A_1$   $A_2$   $A_3$  в подвижной системы координат.

$$A_1 = \begin{pmatrix} x+0.1 \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} x \\ y+0.1 \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z+0.1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Отметим, что четвертая строка в данном случае вспомогательная. После этого находим решение обратной задачи о положениях – расстояние между точками  $A_1$ - $B_1$   $A_2$ - $B_2$   $A_3$ - $B_3$  .

$$L_1 = \sqrt{y^2 + z^2 + (x - 0.05)^2}$$

$$L_2 = \sqrt{x^2 + z^2 + (y - 0.05)^2}$$

$$L_3 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - 0.05)^2}$$



Приведем пример:

Пусть  $x=0.1\text{м}$ ;  $y=0.2\text{м}$ ;  $z=0.3\text{м}$

При этом  $L_1 = A_1B_1=0,36\text{м}$ ;  $L_2 = A_2B_2=0,35\text{м}$ ;  $L_3 = A_3B_3=0,34\text{м}$

Теперь рассмотрим задачу о скоростях, используем метод Анджелеса-Гослена. Он заключается в том, что решение задачи о положениях представляется в виде неявной функции. В данном случае эти функции будут иметь вид:

$$F_1 = L_1^2 - (y^2 + z^2 + (x - 0.05)^2) = 0$$

$$F_2 = L_2^2 - (x^2 + z^2 + (y - 0.05)^2) = 0$$

$$F_3 = L_3^2 - (x^2 + y^2 + (z - 0.05)^2) = 0$$

Запишем частные производные:

$$\frac{dF_1}{dx} = 0.1 - 2 \cdot x$$

$$\frac{dF_1}{dy} = -2 \cdot y$$

$$\frac{dF_1}{dz} = -2 \cdot z$$

$$\frac{dF_2}{dx} = -2 \cdot x$$

$$\frac{dF_2}{dy} = 0.1 - 2 \cdot y$$

$$\frac{dF_2}{dz} = -2 \cdot z$$

$$\frac{dF_3}{dx} = -2 \cdot x$$

$$\frac{dF_3}{dy} = -2 \cdot y$$

$$\frac{dF_3}{dz} = 0.1 - 2 \cdot z$$

Найдем полный дифференциал о каждой этой функции

$$dF_1 = 0 = \frac{\partial F_1}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial F_1}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial F_1}{\partial z} \cdot dz + \frac{\partial F_1}{\partial L_1} \cdot dL_1$$

$$dF_2 = 0 = \frac{\partial F_2}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial F_2}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial F_2}{\partial z} \cdot dz + \frac{\partial F_2}{\partial L_2} \cdot dL_2$$

$$dF_3 = 0 = \frac{\partial F_3}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial F_3}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial F_3}{\partial z} \cdot dz + \frac{\partial F_3}{\partial L_3} \cdot dL_3$$

Разделим каждое слагаемое на  $dt$

$$0 = \frac{\partial F_1}{\partial x} \cdot \dot{x} + \frac{\partial F_1}{\partial y} \cdot \dot{y} + \frac{\partial F_1}{\partial z} \cdot \dot{z} + \frac{\partial F_1}{\partial L_1} \cdot \dot{L}_1$$

$$0 = \frac{\partial F_2}{\partial x} \cdot \dot{x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} \cdot \dot{y} + \frac{\partial F_2}{\partial z} \cdot \dot{z} + \frac{\partial F_2}{\partial L_2} \cdot \dot{L}_2$$

$$0 = \frac{\partial F_3}{\partial x} \cdot \dot{x} + \frac{\partial F_3}{\partial y} \cdot \dot{y} + \frac{\partial F_3}{\partial z} \cdot \dot{z} + \frac{\partial F_3}{\partial L_3} \cdot \dot{L}_3$$

Перенесем слагаемые, содержащие  $L_1 L_2 L_3$  в правую часть уравнений и запишем эти уравнения в матричном виде

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x} & \frac{\partial F_1}{\partial y} & \frac{\partial F_1}{\partial z} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x} & \frac{\partial F_2}{\partial y} & \frac{\partial F_2}{\partial z} \\ \frac{\partial F_3}{\partial x} & \frac{\partial F_3}{\partial y} & \frac{\partial F_3}{\partial z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial L_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial F_2}{\partial L_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F_3}{\partial L_3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \end{pmatrix}$$

Приведем пример. При заданных значениях  $x$   $y$   $z$

находим матрицу 
$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x} & \frac{\partial F_1}{\partial y} & \frac{\partial F_1}{\partial z} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x} & \frac{\partial F_2}{\partial y} & \frac{\partial F_2}{\partial z} \\ \frac{\partial F_3}{\partial x} & \frac{\partial F_3}{\partial y} & \frac{\partial F_3}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Пусть  $\dot{x}=15\text{м/с}$   $\dot{y}=15\text{м/с}$   $\dot{z}=15\text{м/с}$

Подставляем полный дифференциал в матрицу

$$\begin{pmatrix} 0.1-2 \cdot x & -2 \cdot y & -2 \cdot z \\ -2 \cdot x & 0.1-2 \cdot y & -2 \cdot z \\ -2 \cdot x & -2 \cdot y & 0.1-2 \cdot z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -0.1 & -0.4 & -0.6 \\ -0.2 & -0.3 & -0.6 \\ -0.2 & -0.4 & -0.5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0.73 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0.67 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \end{pmatrix}$$

Далее перемножаем левую и правую матрицы, расположенные в левой части уравнения, и берем обратную матрицу, соответствующую диагональной матрице записанной в правой части. В результате получаем:

$$\begin{pmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24.06 \\ -23.97 \\ -23.86 \end{pmatrix}$$

Таким образом, задача о положениях и скоростях решена.

Теперь рассмотрим механизм, имеющий вращательные двигатели (Рис. 3.2)

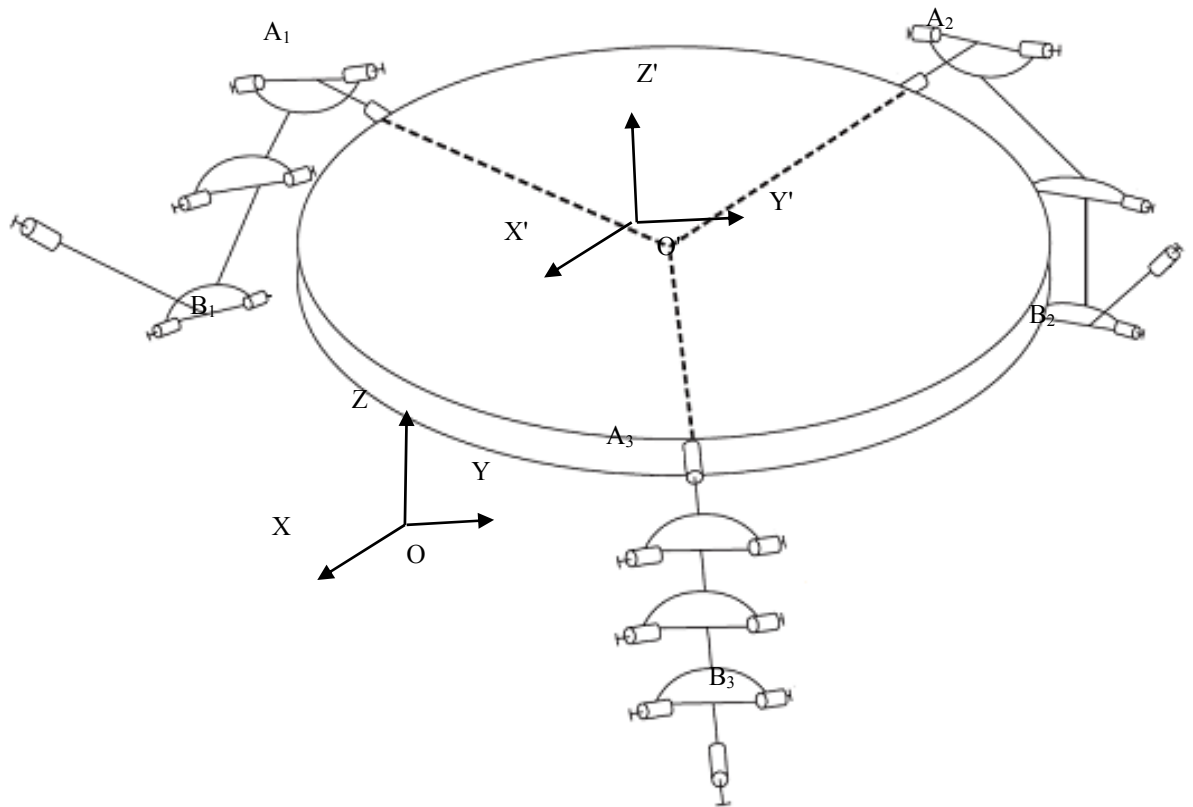


Рис. 3.2

Точки  $A_1$   $A_2$   $A_3$  расположены на выходном звене. Точки  $B_1$   $B_2$   $B_3$  расположены на неподвижном звене. При решении задачи о положениях вновь используем матрицу Денавита-Хартенберга, имеющую размер  $4 \times 4$ .

Эту матрицу умножаем на четырехмерные векторы, характеризующие точки  $A_1$   $A_2$   $A_3$  в подвижной системы координат. После этого находим расстояние между точками  $A_1$ - $B_1$   $A_2$ - $B_2$   $A_3$ - $B_3$ .

Однако, теперь имеют место промежуточные вращательные пары, где установлены двигатели. Считая длину промежуточных звеньев, равной «а», и не принципиально нарушая общность, можно найти углы поворота в приводах:

$$\phi_1 = \arcsin( L_1 / 2a )$$

$$\phi_2 = \arcsin( L_2 / 2a )$$

$$\phi_3 = \arcsin( L_3 / 2a )$$

где  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , - углы поворота в приводах.

Приведем пример :

Пусть  $x=1\text{м}; y=2\text{м}; z=3\text{м}, a = 2 \text{ м}$ .

При этом  $L_1 = A_1B_1=3,73\text{м}; L_2 = A_2B_2=3,715\text{м}; L_3 = A_3B_3=3,7\text{м}$

$$\varphi_1 = 2,4 \text{ рад}, \varphi_2 = 2,38 \text{ рад}, \varphi_3 = 2,36 \text{ рад}.$$

Рассматривая задачу о скоростях и используя метод Анджелеса-Гослена, учтем наличие вращательных приводов. Решение задачи о положениях представляется в виде неявной функции:

$$F_1 = [\sin(\varphi_1 / 2) - (y^2 + z^2 + (x - 0.05)^2 / 2a)] = 0$$

$$F_2 = [\sin(\varphi_2 / 2) - (x^2 + z^2 + (y - 0.05)^2 / 2a)] = 0$$

$$F_3 = [\sin(\varphi_3 / 2) - (y^2 + x^2 + (z - 0.05)^2 / 2a)] = 0$$

Запишем частные производные:

$$\frac{dF_1}{dx} = (2x - 0.1) / 4a^2 - (2x - 0.1) / 2a$$

$$\frac{dF_1}{dy} = y / 2a^2 - y / a$$

$$\frac{dF_1}{dz} = z / 2a^2 - z / a$$

$$\frac{dF_1}{d\varphi_1} = (\sqrt{[1 - (y^2 + z^2 + (x - 0.05)^2 / 4a^2)]} \sqrt{(y^2 + z^2 + (x - 0.05)^2)} / 2a)$$

Подобные формулы существуют и для других координат

Далее следует найти полный дифференциал каждой из этих функций

$$dF_1 = 0 = \frac{\partial F_1}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial F_1}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial F_1}{\partial z} \cdot dz + \frac{\partial F_1}{\partial \varphi_1} \cdot d\varphi_1$$

$$dF_2 = 0 = \frac{\partial F_2}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial F_2}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial F_2}{\partial z} \cdot dz + \frac{\partial F_2}{\partial \varphi_2} \cdot d\varphi_2$$

$$dF_3 = 0 = \frac{\partial F_3}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial F_3}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial F_3}{\partial z} \cdot dz + \frac{\partial F_3}{\partial \varphi_3} \cdot d\varphi_3$$

Разделим каждое слагаемое на  $dt$

$$0 = \frac{\partial F_1}{\partial x} \cdot \dot{x} + \frac{\partial F_1}{\partial y} \cdot \dot{y} + \frac{\partial F_1}{\partial z} \cdot \dot{z} + \frac{\partial F_1}{\partial \varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt}$$

$$0 = \frac{\partial F_2}{\partial x} \cdot \dot{x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} \cdot \dot{y} + \frac{\partial F_2}{\partial z} \cdot \dot{z} + \frac{\partial F_2}{\partial \varphi_2} \cdot \frac{d\varphi_2}{dt}$$

$$0 = \frac{\partial F_3}{\partial x} \cdot \dot{x} + \frac{\partial F_3}{\partial y} \cdot \dot{y} + \frac{\partial F_3}{\partial z} \cdot \dot{z} + \frac{\partial F_3}{\partial \varphi_3} \cdot \frac{d\varphi_3}{dt}$$

Перенесем слагаемые, содержащие  $\varphi_1$   $\varphi_2$   $\varphi_3$ , в правую часть уравнений и запишем эти уравнения в матричном виде

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x} & \frac{\partial F_1}{\partial y} & \frac{\partial F_1}{\partial z} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x} & \frac{\partial F_2}{\partial y} & \frac{\partial F_2}{\partial z} \\ \frac{\partial F_3}{\partial x} & \frac{\partial F_3}{\partial y} & \frac{\partial F_3}{\partial z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dx/dt \\ dy/dt \\ dz/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \varphi_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F_3}{\partial \varphi_3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d\varphi_1/dt \\ d\varphi_2/dt \\ d\varphi_3/dt \end{pmatrix}$$

Приведем пример. При заданных значениях  $x = 1\text{м}$ ,  $y = 1\text{м}$ ,  $z = 1\text{м}$

Запишем частные производные:

$$\frac{dF_1}{dx} = -0.475, \quad \frac{dF_1}{dy} = -1, \quad \frac{dF_1}{dz} = -3/2,$$

$$\frac{dF_1}{d\varphi_1} = 0.3375$$

$$\frac{dF_2}{dx} = -0.5, \quad \frac{dF_2}{dy} = -1.975, \quad \frac{dF_2}{dz} = -1.975,$$

$$\frac{dF_2}{d\varphi_2} = 0.3442$$

$$\frac{dF_3}{dx} = -0.5, \quad \frac{dF_3}{dy} = -1, \quad \frac{dF_3}{dz} = -1.475,$$

$$\frac{dF_3}{d\varphi_3} = 0.3507$$

Эти частные производные можно использовать для определения скоростей, решая как прямую, так и обратную задачи.

Таким образом, задача о положениях и скоростях решена.

### 3.2. Кинематический анализ сферического механизма

В данном параграфе рассмотрим кинематический анализ сферического механизма с тремя степенями свободы (рис 3.3). Данный механизм с точки зрения структурного анализа и синтеза был рассмотрен в предыдущей главе.

Представим его геометрические параметры. Точки  $A_1$   $A_2$   $A_3$  расположены на выходном звене вдоль осей подвижной системы координат  $x'$   $y'$   $z'$ . При этом для примера, координаты указанных точек в подвижной системе координат имеют следующие значения.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Чтобы получить координаты этих точек в неподвижной системе координат, нужно умножить координаты, выраженные в подвижной системе, на матрицы, отражающие повороты вокруг координатных осей (считаем данные матрицы трехмерными):

$$A\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad A\beta = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{pmatrix} \quad A\gamma = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

В результате указанного перемножения имеем координаты, выраженные в одной системе.

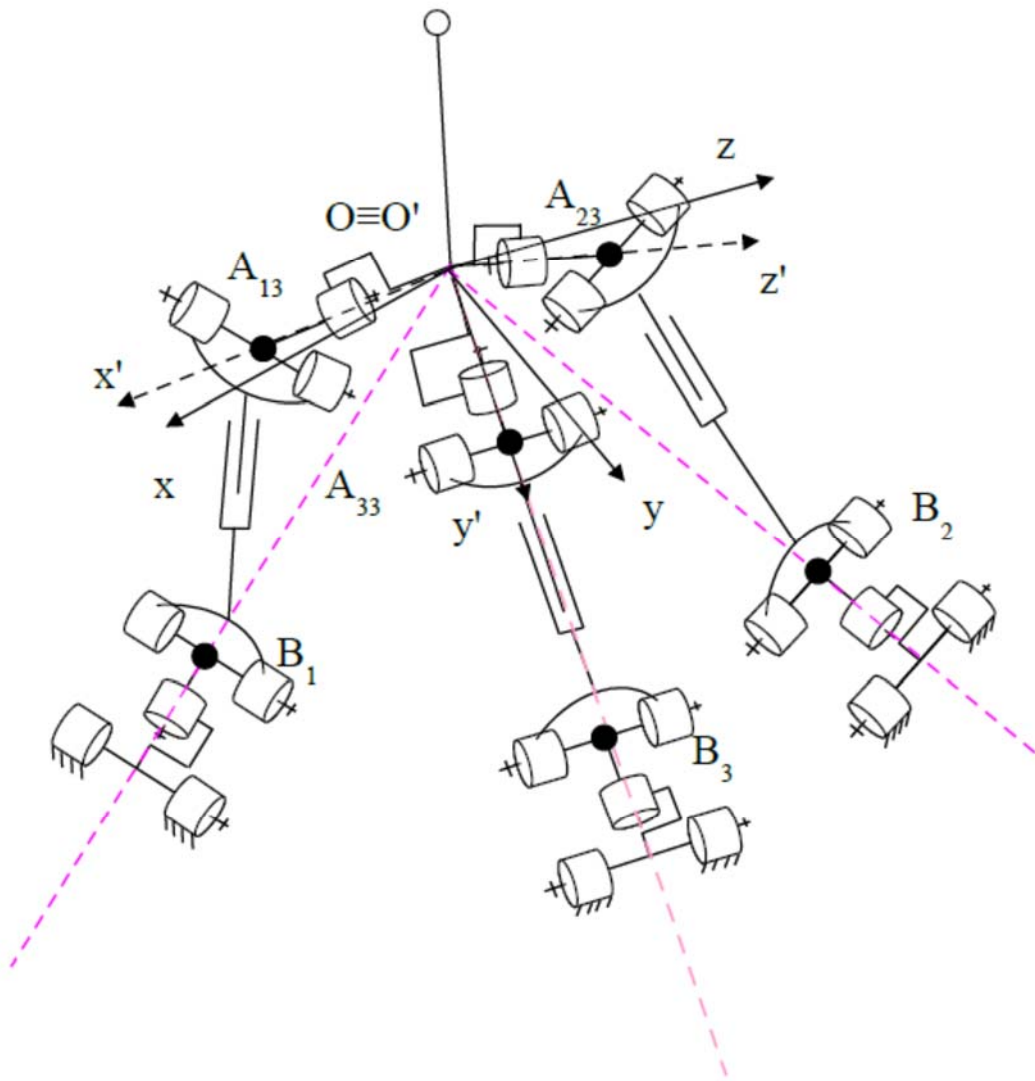


Рис. 3.3



Точки  $B_1$   $B_2$   $B_3$  расположены на неподвижном звене вдоль осей неподвижной системы координат  $x'$   $y'$   $z'$ . При этом координаты указанных точек неподвижной системы координат имеет следующие значения.

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0.15 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.15 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.15 \end{pmatrix}$$

Как видно из рисунка, начало координат  $O$  и  $O'$  совпадает, а направление осей  $x$   $y$   $z$  и  $x'$   $y'$   $z'$  не параллельны.

Приведем решение задач о положениях.

Пусть задано положение точек  $A_1$   $A_2$   $A_3$  в неподвижной системе координат. Эти точки имеют координаты  $x'$   $y'$   $z'$ . Используем матрицы, имеющие размер  $3 \times 3$

$$A = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) \cdot \cos(\beta) & \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\alpha) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\gamma) & \sin(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta) \\ \cos(\beta) \cdot \sin(\gamma) & \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) & \cos(\alpha) \cdot \sin(\gamma) \cdot \sin(\beta) - \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) & \cos(\beta) \cdot \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Эту матрицу умножаем на трехмерные векторы, характеризующие точки  $A_1$   $A_2$   $A_3$  в подвижной системы координат.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0.1 \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\gamma) \\ 0.1 \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\gamma) \\ -0.1 \cdot \sin(\beta) \end{pmatrix},$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + 0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \\ 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) + 0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) \\ 0.1 \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) \end{pmatrix},$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta) \\ 0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) \\ 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \end{pmatrix}$$

Отметим, что здесь учтены конкретные значения координат точек крепления кинематических пар. После этого находим решение обратной задачи о положениях – расстояние между точками  $A_1-B_1$ ,  $A_2-B_2$ ,  $A_3-B_3$ .

$$L1 = \sqrt{(0.1 \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\gamma) - 0.15)^2 + 0.01 \cdot \sin(\beta)^2 + 0.01 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot \sin(\gamma)^2},$$

$$L2 = \sqrt{(0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) + 0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) - 0.15)^2 + (-0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + 0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta))^2 + 0.01 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot \sin(\alpha)^2},$$

$$L3 = \sqrt{(0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - 0.15)^2 + (-0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma))^2 + (0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta))^2}$$

Приведем пример :

Пусть  $\alpha=\pi/6$ ;  $\beta=0$ ;  $\gamma=0$

При этом  $L_1=A_1B_1=0,05\text{м}$ ;  $L_2=A_2B_2=0,081\text{м}$ ;  $L_3=A_3B_3=0,081\text{м}$

Теперь рассмотрим задачу о скоростях используем метод Анджелеса-Гослена. Он заключается в том, что решение задачи о положениях представляется в виде неявной функции, а затем они дифференцируются. В данном случае эти функции будут иметь вид.

$$F_1 = L_1^2 - [(0.1 \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\gamma) - 0.15)^2 + 0.01 \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma)^2 + 0.01 \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\gamma)^2] = 0$$

$$F_2 = L_2^2 - [(0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) + 0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) - 0.15)^2 + (-0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta))^2 + 0.01 \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha)^2] = 0$$

$$F_3 = L_3^2 - [(0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - 0.15)^2 + (-0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma))^2 + (0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\gamma) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta))^2] = 0$$

Найдем частные производные.

$$\frac{dF_1}{dL_1} = 2L_1$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_1}{d\alpha} = & -0.02 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)^2 \cdot \sin(\alpha) - \\ & - 2 \cdot (-0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + \\ & + 0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)) \cdot (0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + \\ & + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta)) - \\ & - 2 \cdot (-0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + \\ & + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma)) \cdot (0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) + \\ & + 0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) - 0.15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_1}{d\beta} = & -0.02 \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\beta) + 0.2 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta) \cdot (0.1 \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\gamma) - 0.15) + \\ & + 0.02 \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma)^2 \end{aligned}$$

$$\frac{dF_1}{d\gamma} = -0.2 \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\gamma) \cdot (0.1 \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\gamma) - 0.15) - 0.02 \cdot \cos(\beta)^2 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\gamma)$$

$$\frac{dF_2}{dL_2} = 2L_2$$

$$\frac{dF_2}{d\alpha} =$$

$$2 \cdot (-0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)) \cdot (0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta)) - 2 \cdot (-0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma)) \cdot (0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) + 0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) - 0.15) + 0.02 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)^2 \cdot \sin(\alpha)$$

$$\frac{dF_2}{d\beta} = 0.02 \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha)^2 \cdot \sin(\beta) - 0.2 \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot (0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + 0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) - 0.15) + 0.2 \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \cdot (0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\gamma)) - 0.1 \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\frac{dF_2}{d\gamma} = -2 \cdot (-0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + 0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)) \cdot 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) + 0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) - 0.15 - 2(-0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) - 0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma)) \cdot (-0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + 0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta))$$

$$\frac{dF_3}{dL_3} = 2L_3$$

$$\frac{dF_3}{d\alpha} = 0.2 \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\alpha) \cdot (0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - 0.15) - 2 \cdot (0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\gamma) - 0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)) \cdot (0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta)) - 2 \cdot (-0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) - 0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma)) \cdot (-0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma))$$

$$\frac{dF_3}{d\beta} = 0.2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot (0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - 0.15) - 0.2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\gamma) \cdot (0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta)) + 0.2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\gamma) \cdot (0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) - 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma))$$

$$\frac{dF_3}{d\gamma} = -2(-0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma)) \cdot (0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta)) - 2(-0.1 \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) - 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma)) \cdot (0.1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\gamma) + 0.1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\beta))$$

Найдем полный дифференциал о каждой из этих функций

$$dF_1 = 0 = \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} \cdot d\alpha + \frac{\partial F_1}{\partial \beta} \cdot d\beta + \frac{\partial F_1}{\partial \gamma} \cdot d\gamma + \frac{\partial F_1}{\partial L_1} \cdot dL_1$$

$$dF_2 = 0 = \frac{\partial F_2}{\partial \alpha} \cdot d\alpha + \frac{\partial F_2}{\partial \beta} \cdot d\beta + \frac{\partial F_2}{\partial \gamma} \cdot d\gamma + \frac{\partial F_2}{\partial L_2} \cdot dL_2$$

$$dF_3 = 0 = \frac{\partial F_3}{\partial \alpha} \cdot d\alpha + \frac{\partial F_3}{\partial \beta} \cdot d\beta + \frac{\partial F_3}{\partial \gamma} \cdot d\gamma + \frac{\partial F_3}{\partial L_3} \cdot dL_3$$

Разделим каждое слагаемое на  $dt$

$$0 = \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} \cdot \dot{\alpha} + \frac{\partial F_1}{\partial \beta} \cdot \dot{\beta} + \frac{\partial F_1}{\partial \gamma} \cdot \dot{\gamma} + \frac{\partial F_1}{\partial L_1} \cdot \dot{L}_1$$

$$0 = \frac{\partial F_2}{\partial \alpha} \cdot \dot{\alpha} + \frac{\partial F_2}{\partial \beta} \cdot \dot{\beta} + \frac{\partial F_2}{\partial \gamma} \cdot \dot{\gamma} + \frac{\partial F_2}{\partial L_2} \cdot \dot{L}_2$$

$$0 = \frac{\partial F_3}{\partial \alpha} \cdot \dot{\alpha} + \frac{\partial F_3}{\partial \beta} \cdot \dot{\beta} + \frac{\partial F_3}{\partial \gamma} \cdot \dot{\gamma} + \frac{\partial F_3}{\partial L_3} \cdot \dot{L}_3$$

Перенесем слагаемые, содержащие  $L_1 L_2 L_3$  в правую часть уравнений, и запишем эти уравнения в матричном виде

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_1}{\partial \beta} & \frac{\partial F_1}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_2}{\partial \beta} & \frac{\partial F_2}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial F_3}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_3}{\partial \beta} & \frac{\partial F_3}{\partial \gamma} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial L_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial F_2}{\partial L_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F_3}{\partial L_3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \end{pmatrix}$$

Приведем пример. При заданных значениях  $\alpha \beta \gamma$

находим матрицу

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_1}{\partial \beta} & \frac{\partial F_1}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_2}{\partial \beta} & \frac{\partial F_2}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial F_3}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_3}{\partial \beta} & \frac{\partial F_3}{\partial \gamma} \end{pmatrix}$$

Пусть  $\dot{\alpha} = 15 \text{ м/с}$   $\dot{\beta} = 15 \text{ м/с}$   $\dot{\gamma} = 15 \text{ м/с}$

Подставляем полный дифференциал в матрицу и получаем

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.15 & 0 & 0 \\ -0.15 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.61 & 0 \\ 0 & 0 & 0.61 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \end{pmatrix}$$

Далее перемножаем левую и правую матрицы, расположенные в левой части уравнения, и берем обратную матрицу, соответствующую диагональной матрице записанной в правой части. В результате получаем:

$$\begin{pmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2.25 \\ -2.25 \end{pmatrix}$$

Таким образом задача о положениях и скоростях решена.

Теперь рассмотрим механизм, имеющий вращательные двигатели (Рис. 3.4). Здесь все обозначения аналогичны рисунку 3.2.

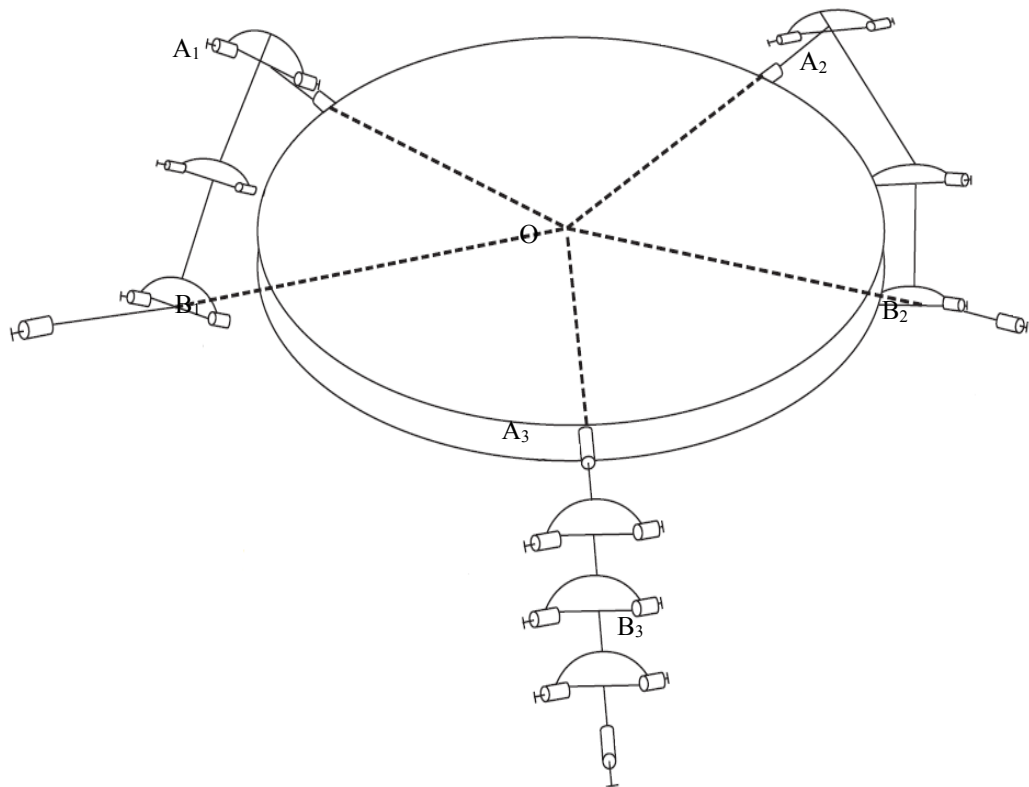


Рис. 3.4

Точки  $A_1$   $A_2$   $A_3$  расположены на выходном звене. Точки  $B_1$   $B_2$   $B_3$  расположены на неподвижном звене. Вначале находим расстояние между точками  $A_1$ - $B_1$   $A_2$ - $B_2$   $A_3$ - $B_3$ . Однако, теперь имеют место промежуточные вращательные

пары, где установлены двигатели. Считая длину промежуточных звеньев, равной «а», можно найти углы поворота в приводах:

$$\phi_1 = \arcsin( L_1 / 2a )$$

$$\phi_2 = \arcsin( L_2 / 2a )$$

$$\phi_3 = \arcsin( L_3 / 2a )$$

где  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ , - углы поворота в приводах.

Рассматривая задачу о скоростях и используя метод Анджелеса-Гослена, учтем наличие вращательных приводов. Решение задачи о положениях представляется в виде неявной функции:

$$F_1 = (\phi_1, \alpha, \beta, \gamma) = 0$$

$$F_2 = (\phi_2, \alpha, \beta, \gamma) = 0$$

$$F_3 = (\phi_3, \alpha, \beta, \gamma) = 0$$

Запишем частные производные, при этом учтем, что по углам  $\alpha, \beta, \gamma$  их можно будет составить подобно тому, как это сделано для механизма с поступательными двигателями (Рис. 3.3), а по углам  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  производные будут аналогичны механизму по Рис. 3.4.

Далее следует найти полный дифференциал каждой из этих функций

$$dF_1 = 0 = \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} \cdot d\alpha + \frac{\partial F_1}{\partial \beta} \cdot d\beta + \frac{\partial F_1}{\partial \gamma} \cdot d\gamma + \frac{\partial F_1}{\partial \phi_1} \cdot d\phi_1$$

$$dF_2 = 0 = \frac{\partial F_2}{\partial \alpha} \cdot d\alpha + \frac{\partial F_2}{\partial \beta} \cdot d\beta + \frac{\partial F_2}{\partial \gamma} \cdot d\gamma + \frac{\partial F_2}{\partial \phi_2} \cdot d\phi_2$$

$$dF_3 = 0 = \frac{\partial F_3}{\partial \alpha} \cdot d\alpha + \frac{\partial F_3}{\partial \beta} \cdot d\beta + \frac{\partial F_3}{\partial \gamma} \cdot d\gamma + \frac{\partial F_3}{\partial \phi_3} \cdot d\phi_3$$

Разделим каждое слагаемое на  $dt$  и перенесем слагаемые, содержащие  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ , в правую часть уравнений и запишем эти уравнения в матричном виде

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_1}{\partial \beta} & \frac{\partial F_1}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_2}{\partial \beta} & \frac{\partial F_2}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial F_3}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_3}{\partial \beta} & \frac{\partial F_3}{\partial \gamma} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d\alpha/dt \\ d\beta/dt \\ d\gamma/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \varphi_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial F_3}{\partial \varphi_3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d\varphi_1/dt \\ d\varphi_2/dt \\ d\varphi_3/dt \end{pmatrix}$$

Таким образом, задача о положениях и скоростях решена.



## **Глава 4. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНО-ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ, ВЫПОЛНЯЮЩИХ ПОСТУПАТЕЛЬНЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ**

В данной главе рассматривается динамический анализ механизма параллельно-переменной структуры, выполняющего поступательные движения и имеющего поступательные приводы. Данный объект выбран потому, что при поступательных движениях возникают большие динамические нагрузки.

### **4.1 Динамический анализ механизма параллельно-переменной структуры, представляемого в виде нелинейной колебательной системы.**

В данном параграфе представим динамический анализ механизма параллельно-переменной структуры, выполняющего поступательные движения. В этом смысле объект исследования сведен к механизмам параллельной структуры. Рассматриваются лишь поступательные двигатели с учетом того, что наличие вращательных двигателей отразится лишь на коэффициентах соответствующих уравнений, причем эти коэффициенты выведены в предыдущих главах. Механизм содержит три кинематические цепи и имеет три степени свободы (Рис. 4.1). В рассмотрение принимается масса выходного звена. Можно утверждать, что каждая цепь содержит два карданных шарнира и расположенный между ними привод.

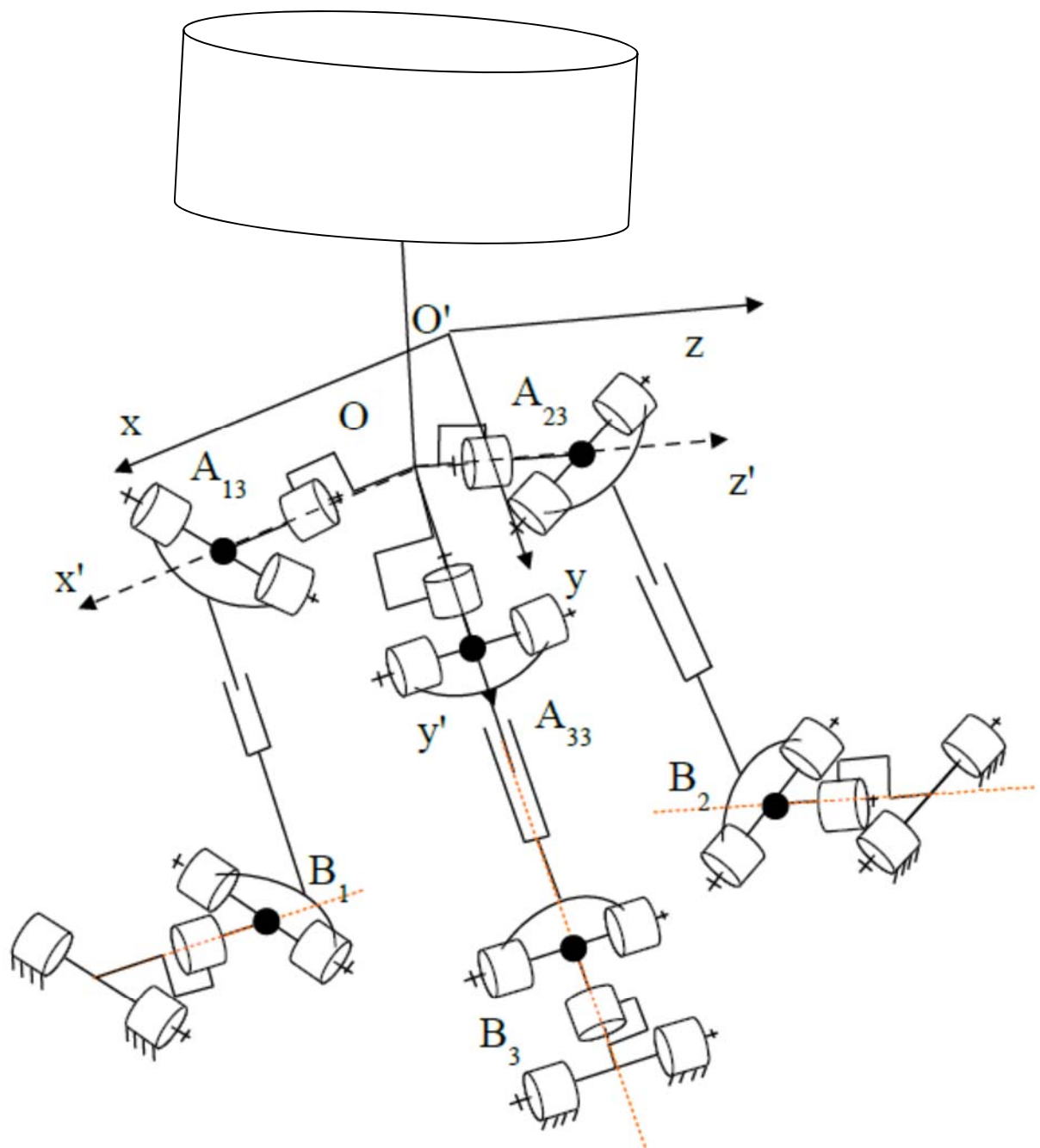


Рис. 4.1

Рассмотрим нелинейную постановку задачи о колебаниях механизма параллельной структуры. Будем рассматривать численное решение задачи динамики, при котором будет учтена структура и геометрия взаимного положения кинематических цепей. Известно, что при этом могут иметь место взаимные влияния между колебаниями по разным обобщенным координатам.

Объект исследования представляется как пространственный механизм с тремя степенями свободы, у которого вся масса сосредоточена в центре тяжести выходного звена. Массами кинематических цепей пренебрегаем. В таком механизме можно будет наблюдать свойства, которые распространяются и на более сложные роботы параллельной структуры. На рисунке изображены силы, развиваемые в приводах  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ . При выводе уравнений учитываем, что все точки твердого тела - выходного звена перемещаются одинаково, поэтому можно сместить все кинематические цепи к центру выходного звена, точки  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  при этом совпадут.

Уравнения, описывающие свободные колебания, имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{dV_x}{dt} = & -[(\sqrt{(x-x_{B1})^2 + (y-y_{B1})^2 + (z-z_{B1})^2} - l_1) \times \\ & \times \frac{(x-x_{B1})}{\sqrt{(x-x_{B1})^2 + (y-y_{B1})^2 + (z-z_{B1})^2}}]c_1 / m - \\ & -[(\sqrt{(x-x_{B2})^2 + (y-y_{B2})^2 + (z-z_{B2})^2} - l_2) \times \\ & \times \frac{(x-x_{B2})}{\sqrt{(x-x_{B2})^2 + (y-y_{B2})^2 + (z-z_{B2})^2}}]c_2 / m - \\ & -[(\sqrt{(x-x_{B3})^2 + (y-y_{B3})^2 + (z-z_{B3})^2} - l_3) \times \\ & \times \frac{(x-x_{B3})}{\sqrt{(x-x_{B3})^2 + (y-y_{B3})^2 + (z-z_{B3})^2}}]c_3 / m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dV_y}{dt} = & -[(\sqrt{(x-x_{B1})^2 + (y-y_{B1})^2 + (z-z_{B1})^2} - l_1) \times \\ & \times \frac{(y-y_{B1})}{\sqrt{(x-x_{B1})^2 + (y-y_{B1})^2 + (z-z_{B1})^2}}]c_1 / m - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - [(\sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2} - l_2) \times \\
& \times \frac{(y - y_{B2})}{\sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}}] c_2 / m - \\
& - [(\sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2} - l_3) \times \\
& \times \frac{(y - y_{B3})}{\sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}}] c_3 / m \\
\\
& \frac{dV_z}{dt} = - [(\sqrt{(x - x_{B1})^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2} - l_1) \times \\
& \times \frac{(z - z_{B1})}{\sqrt{(x - x_{B1})^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2}}] c_1 / m - \\
& - [(\sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2} - l_2) \times \\
& \times \frac{(z - z_{B2})}{\sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}}] c_2 / m - \\
& - [(\sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2} - l_3) \times \\
& \times \frac{(z - z_{B3})}{\sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}}] c_3 / m
\end{aligned}$$

Здесь  $m$  – масса выходного звена,  $c_1, c_2, c_3$  – жесткости приводов,  $l_1, l_2, l_3$  – ходы штоков приводов (обобщенные координаты) в равновесном состоянии,  $x, y, z$  – координаты центра выходного звена,  $x_{B1}, y_{B1}, z_{B1}, x_{B2}, y_{B2}, z_{B2}, x_{B3}, y_{B3}, z_{B3}$  – координаты неподвижных точек  $B_1, B_2, B_3$ . В уравнения входят силы в приводах, спроецированные на координатные оси.

Примем параметры  $m = 1 \text{ кг}$ ,  $c_1 = c_2 = c_3 = 100 \text{ Н/м}$ ,  $l_1 = l_2 = l_3 = 1 \text{ м}$ ,  $x_{B1} = -1 \text{ м}$ ,  $y_{B1} = 0$ ,  $z_{B1} = 0$ ,  $x_{B2} = 0$ ,  $y_{B2} = -1 \text{ м}$ ,  $z_{B2} = 0$ ,  $x_{B3} = 0$ ,  $y_{B3} = 0$ ,  $z_{B3} = -1 \text{ м}$ , начальные

условия:  $x_0 = 0,4\text{м}$ ,  $y_0 = 0$ ,  $z_0 = 0$ ,  $V_{x0} = V_{y0} = V_{z0} = 0$ , конечное время расчета  $5\text{с}$ .

В результате решения получаем следующие зависимости (Рис. 4.2):

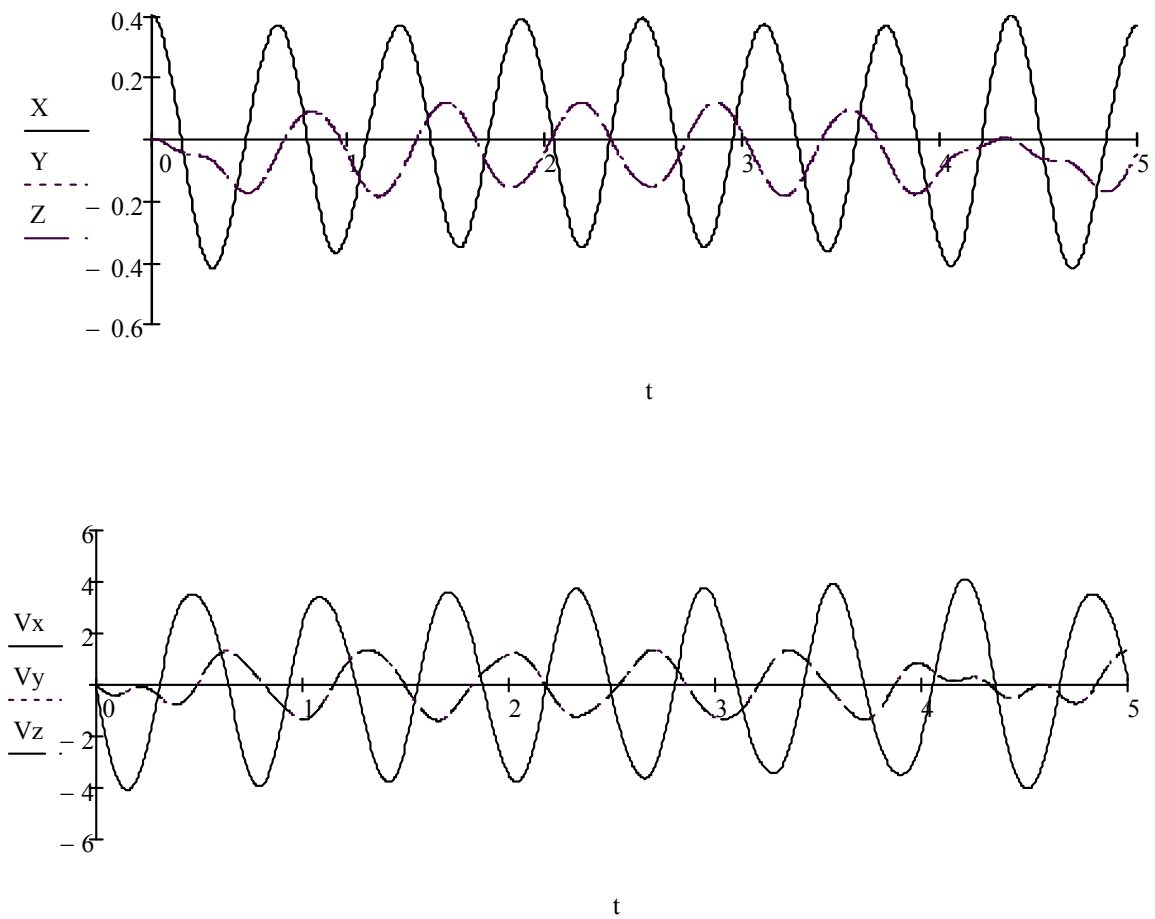
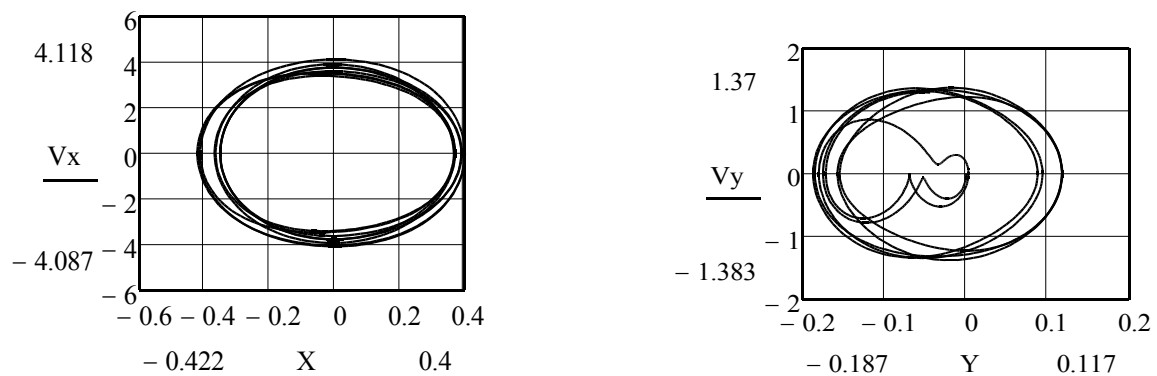


Рис. 4.2

Отметим, что координаты  $y$  и  $z$  в данном случае ведут себя идентично.

Представим геометрические и фазовые траектории, характеризующие изменения координат (Рис. 4.3)



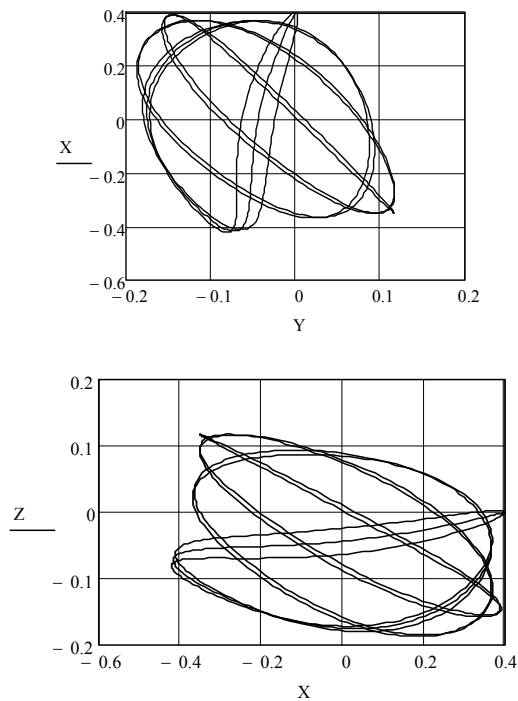


Рис. 4.3

Из анализа данных траекторий можно сделать вывод, что колебания по одной координате вызывают изменения других координат ввиду их взаимного влияния.

Учет веса приведет к тому, что уже при нулевых начальных условиях будут наблюдаться колебания (Рис. 4.4):

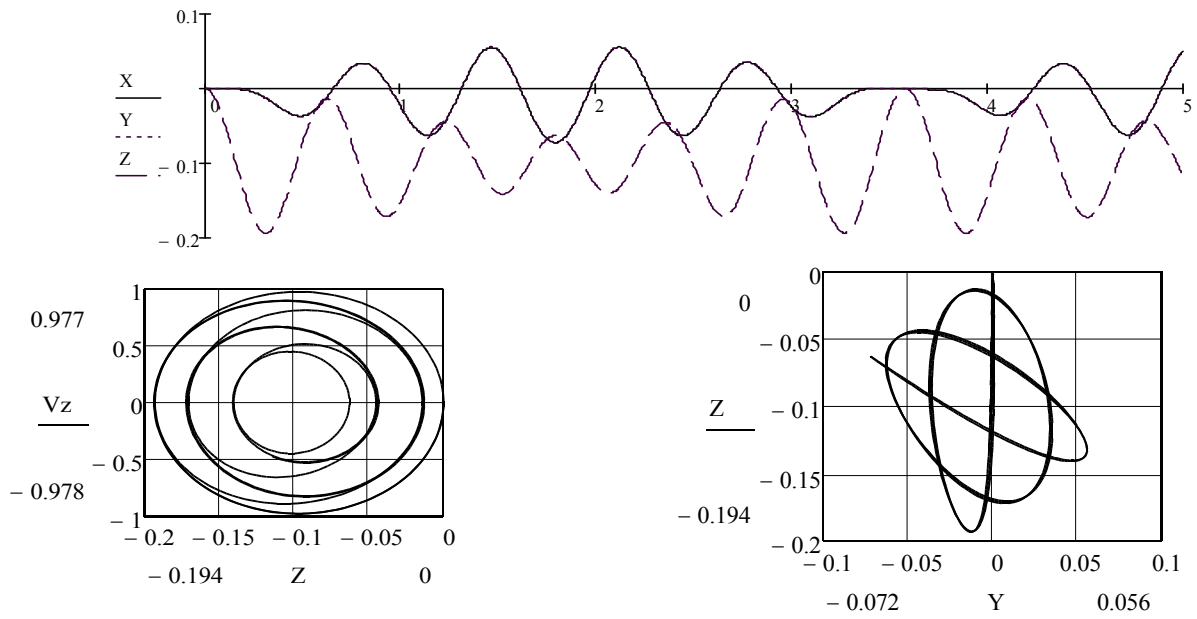
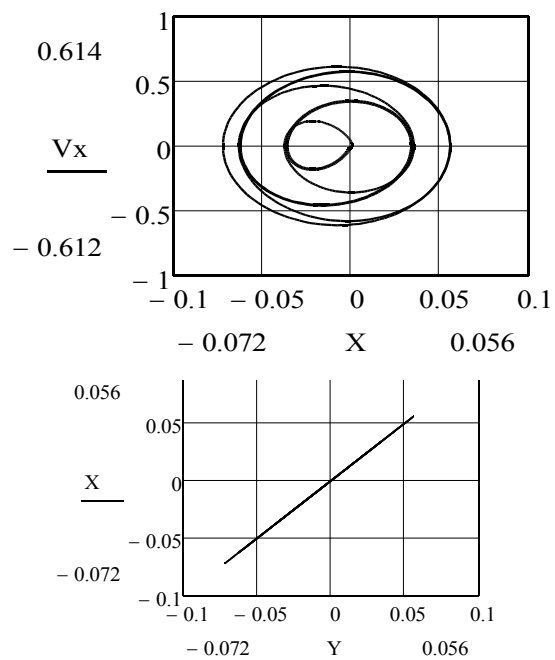


Рис. 4.4

Рис. 4.5

Аналогично предыдущему можно построить фазовые и геометрические траектории (Рис. 4.5). Отметим, что координаты  $x$  и  $y$  изменяются аналогично друг другу.



В таком режиме механизм может работать при необходимости сохранения какой-либо позиции, например, в том случае, когда он удерживает обрабатывающий инструмент. Система управления может быть настроена таким образом, что усилие в приводе пропорционально отклонению от заданного положения. Если в рассмотрение ввести силу веса, то третье уравнения рассмотренной системы получит дополнительное постоянное слагаемое

Таким образом, при анализе свободных колебаний механизма параллельной структуры, рассматриваемого как нелинейная колебательная система, проявляются его свойства, связанные с взаимным влиянием между степенями свободы.

#### 4.2 Динамический анализ механизма параллельно-переменной структуры, при наличии внешних воздействий.

Теперь рассмотрим вынужденные колебания робота параллельной структуры, вновь считая, что он имеет три степени свободы. Уравнения, описывающие этот случай:

$$\begin{aligned} \frac{dV_x}{dt} = & -[(\sqrt{(x-x_{B1})^2 + (y-y_{B1})^2 + (z-z_{B1})^2} - l_1) \times \\ & \times \frac{(x-x_{B1})}{\sqrt{(x-x_{B1})^2 + (y-y_{B1})^2 + (z-z_{B1})^2}}]c_1 / m - \\ & -[(\sqrt{(x-x_{B2})^2 + (y-y_{B2})^2 + (z-z_{B2})^2} - l_2) \times \\ & \times \frac{(x-x_{B2})}{\sqrt{(x-x_{B2})^2 + (y-y_{B2})^2 + (z-z_{B2})^2}}]c_2 / m - \\ & -[(\sqrt{(x-x_{B3})^2 + (y-y_{B3})^2 + (z-z_{B3})^2} - l_3) \times \\ & \times \frac{(x-x_{B3})}{\sqrt{(x-x_{B3})^2 + (y-y_{B3})^2 + (z-z_{B3})^2}}]c_3 / m + \frac{F_1 \sin(\omega_1 t)}{m} \end{aligned}$$

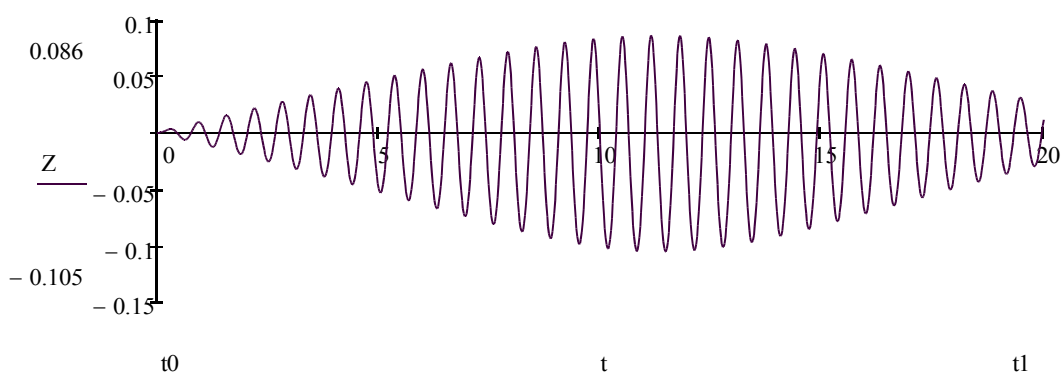
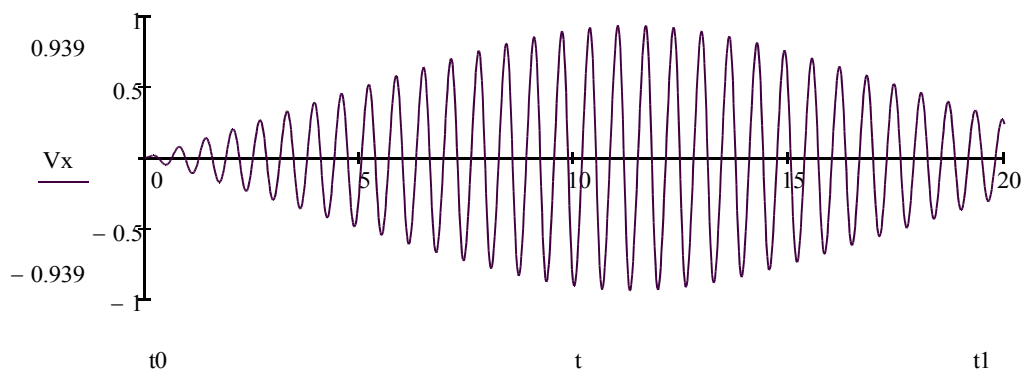


$$\begin{aligned}
\frac{dV_y}{dt} = & -[(\sqrt{(x-x_{B1})^2 + (y-y_{B1})^2 + (z-z_{B1})^2} - l_1) \times \\
& \times \frac{(y-y_{B1})}{\sqrt{(x-x_{B1})^2 + (y-y_{B1})^2 + (z-z_{B1})^2}}]c_1 / m - \\
& -[(\sqrt{(x-x_{B2})^2 + (y-y_{B2})^2 + (z-z_{B2})^2} - l_2) \times \\
& \times \frac{(y-y_{B2})}{\sqrt{(x-x_{B2})^2 + (y-y_{B2})^2 + (z-z_{B2})^2}}]c_2 / m - \\
& -[(\sqrt{(x-x_{B3})^2 + (y-y_{B3})^2 + (z-z_{B3})^2} - l_3) \times \\
& \times \frac{(y-y_{B3})}{\sqrt{(x-x_{B3})^2 + (y-y_{B3})^2 + (z-z_{B3})^2}}]c_3 / m + \frac{F_2 \sin(\omega_2 t)}{m}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dV_z}{dt} = & -[(\sqrt{(x-x_{B1})^2 + (y-y_{B1})^2 + (z-z_{B1})^2} - l_1) \times \\
& \times \frac{(z-z_{B1})}{\sqrt{(x-x_{B1})^2 + (y-y_{B1})^2 + (z-z_{B1})^2}}]c_1 / m - \\
& -[(\sqrt{(x-x_{B2})^2 + (y-y_{B2})^2 + (z-z_{B2})^2} - l_2) \times \\
& \times \frac{(z-z_{B2})}{\sqrt{(x-x_{B2})^2 + (y-y_{B2})^2 + (z-z_{B2})^2}}]c_2 / m - \\
& -[(\sqrt{(x-x_{B3})^2 + (y-y_{B3})^2 + (z-z_{B3})^2} - l_3) \times \\
& \times \frac{(z-z_{B3})}{\sqrt{(x-x_{B3})^2 + (y-y_{B3})^2 + (z-z_{B3})^2}}]c_3 / m + \frac{F_3 \sin(\omega_3 t)}{m}
\end{aligned}$$

Здесь  $F_i \sin(\omega_i t)$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $m$  – масса выходного звена,  $c_1, c_2, c_3$  – жесткости приводов,  $l_1, l_2, l_3$  – ходы штоков приводов (обобщенные координаты) в равновесном состоянии,  $x, y, z$  – координаты центра выходного звена,  $x_{B1}, y_{B1}, z_{B1}, x_{B2}, y_{B2}, z_{B2}, x_{B3}, y_{B3}, z_{B3}$  – координаты неподвижных точек  $B_1, B_2, B_3$ .

Примем параметры  $m = 1 \text{ кг}$ ,  $c_1 = c_2 = c_3 = 100 \text{ Н/м}$ ,  $l_1 = l_2 = l_3 = 1 \text{ м}$ ,  $x_{B1} = -1 \text{ м}$ ,  $y_{B1} = 0$ ,  $z_{B1} = 0$ ,  $x_{B2} = 0$ ,  $y_{B2} = -1 \text{ м}$ ,  $z_{B2} = 0$ ,  $x_{B3} = 0$ ,  $y_{B3} = 0$ ,  $z_{B3} = -1 \text{ м}$ , начальные условия:  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ ,  $z_0 = 0$ ,  $V_{x0} = V_{y0} = V_{z0} = 0$ , конечное время расчета  $20 \text{ с}$ . Вынуждающая сила по всем трем координатам  $F_i \sin(\omega_i t) = 0,2 \sin(10 t)$ . Возбуждение происходит по резонансной частоте, равной для трех координат  $10 \text{ р/с}$ . В результате решения получаем следующие зависимости (Рис. 4. 6).



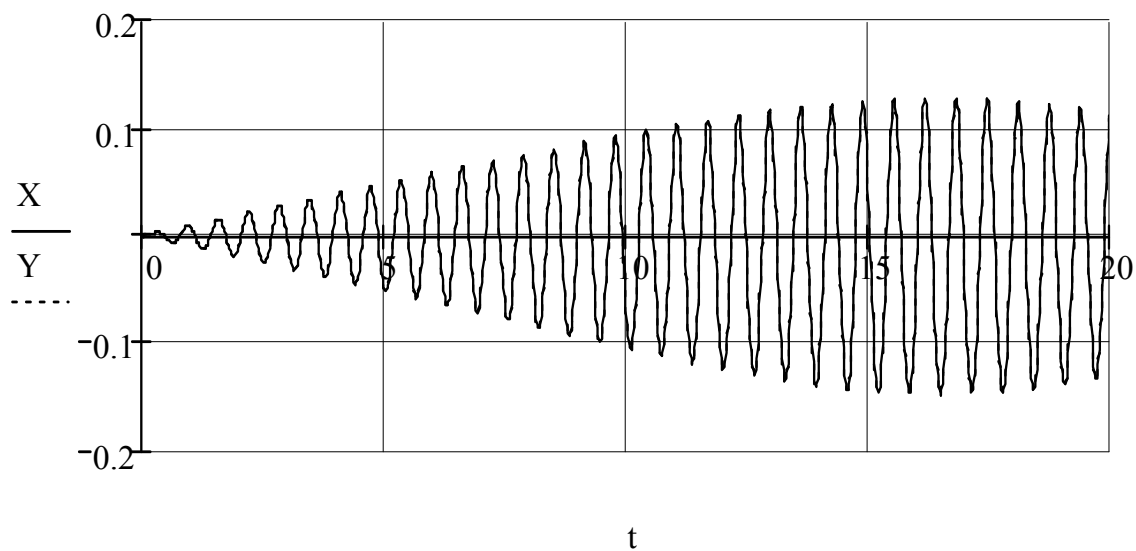
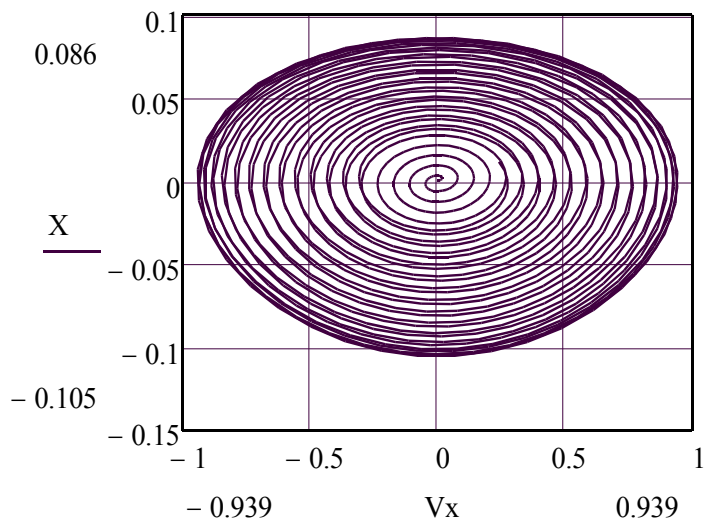


Рис. 4.6

По всем координатам колебания идентичны. Фазовые портреты имеют также одинаковый вид (Рис. 4.7).



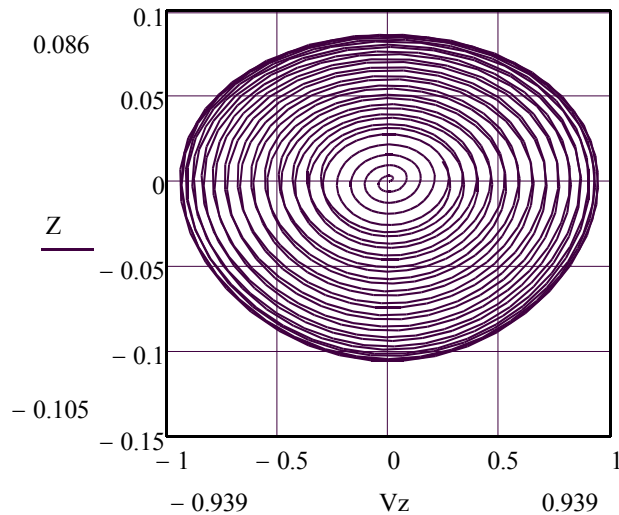


Рис. 4.7

Из анализа законов движения видно, что он представляет собой пульсирующий процесс. Возбуждение происходит на условно резонансной частоте, которая была бы таковой, если бы рассматривались малые колебания, а демпфирование отсутствует. При отсутствии взаимного влияния между степенями свободы был бы рост амплитуды без ограничений. Взаимное влияние между степенями свободы ограничивает амплитуду. Это свойство можно использовать в системах виброгашения.

Траектория движения выходного звена (Рис. 4.8) представляет собой прямую линию. Это обусловлено тем, что возбуждение происходит по трем координатам.

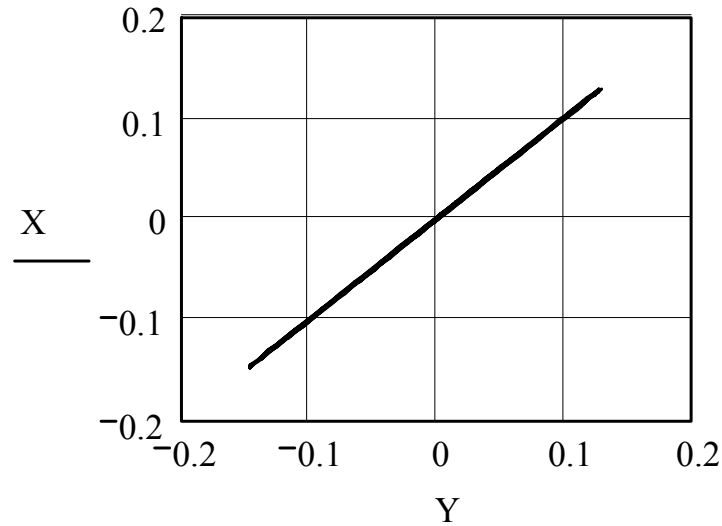


Рис. 4.8

Согласно фазовым траекториям, имеет место раскручивающаяся спираль, ограниченная кривой, близкой к эллипсу. Таким образом, несмотря на условный резонанс и отсутствие демпфирования амплитуда ограничена.

Рассмотрим вынужденные колебания, вызванные вибрацией основания. Будем считать, что основание колеблется вдоль оси  $x$ . Вибрирующее основание может быть у какого-либо технологического устройства. Здесь координата крепления привода переменна:

$$\begin{aligned} \frac{dV_x}{dt} = & -[(\sqrt{[x - x_{B1} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2} - l_1) \times \\ & \times \frac{[x - x_{B1} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2}{\sqrt{[x - x_{B1} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2}}] c_1 / m - \\ & -[(\sqrt{[x - x_{B2} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2} - l_2) \times \\ & \times \frac{[x - x_{B2} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2}{\sqrt{[x - x_{B2} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}}] c_2 / m - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -[(\sqrt{[x - x_{B3} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2} - l_3) \times \\
& \times \frac{[x - x_{B3} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2}{\sqrt{[x - x_{B3} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}}]c_3 / m
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dV_y}{dt} = & -[(\sqrt{[x - x_{B1} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2} - l_1) \times \\
& \times \frac{(y - y_{B1})}{\sqrt{[x - x_{B1} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2}}]c_1 / m - \\
& -[(\sqrt{[x - x_{B2} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2} - l_2) \times \\
& \times \frac{(y - y_{B2})}{\sqrt{[x - x_{B2} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}}]c_2 / m - \\
& -[(\sqrt{[x - x_{B3} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2} - l_3) \times \\
& \times \frac{(y - y_{B3})}{\sqrt{[x - x_{B3} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}}]c_3 / m
\end{aligned}$$

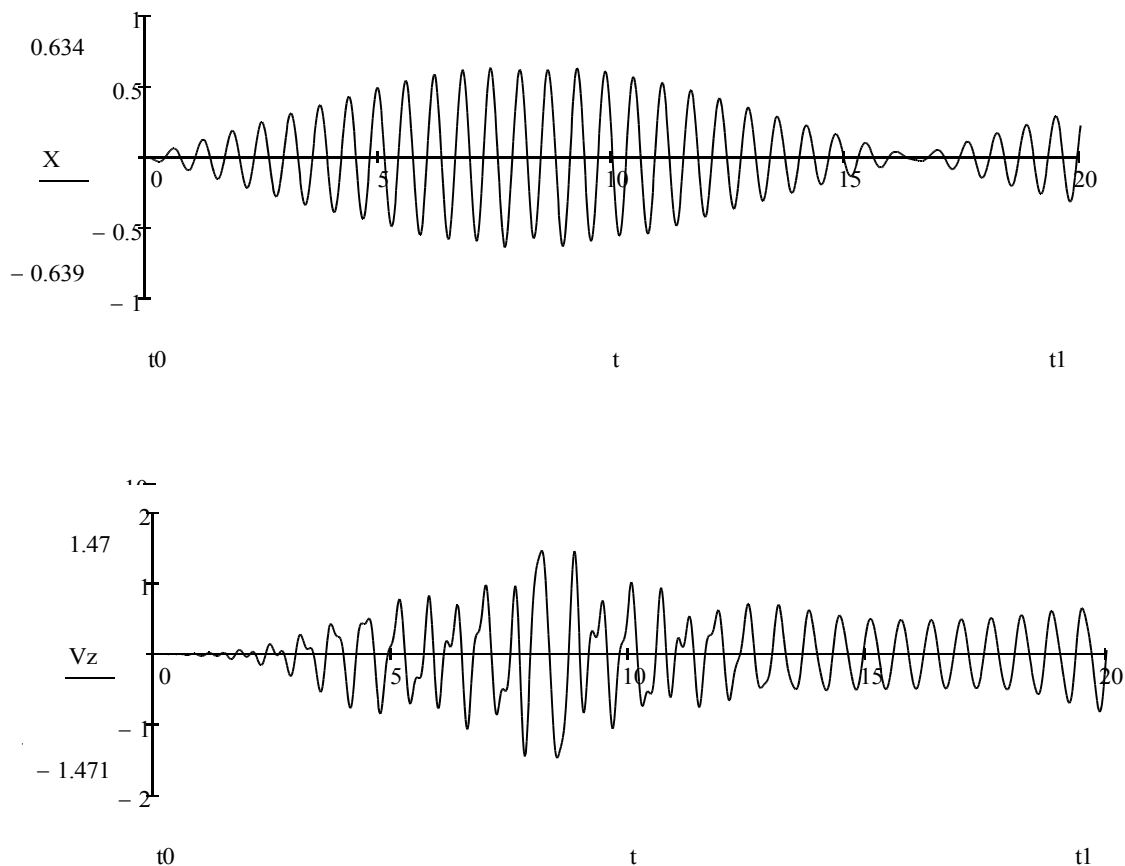
$$\begin{aligned}
\frac{dV_z}{dt} = & -[(\sqrt{[x - x_{B1} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2} - l_1) \times \\
& \times \frac{(z - z_{B1})}{\sqrt{[x - x_{B1} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2}}]c_1 / m - \\
& -[(\sqrt{[x - x_{B2} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2} - l_2) \times \\
& \times \frac{(z - z_{B2})}{\sqrt{[x - x_{B2} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}}]c_2 / m - \\
& -[(\sqrt{[x - x_{B3} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2} - l_3) \times \\
& \times \frac{(z - z_{B3})}{\sqrt{[x - x_{B3} + A_x \sin(\omega_1 t)]^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}}]c_3 / m
\end{aligned}$$

Здесь  $A_x \sin(\omega_1 t)$ , – закон колебаний по оси  $x$ . Остальные обозначения пояснены выше.

Примем параметры  $m = 1 \text{ кг}$ ,  $c_1 = c_2 = c_3 = 100 \text{ Н/м}$ ,  $l_1 = l_2 = l_3 = 1 \text{ м}$ ,  $x_{B1} = -1 \text{ м}$ ,  $y_{B1} = 0$ ,  $z_{B1} = 0$ ,  $x_{B2} = 0$ ,  $y_{B2} = -1 \text{ м}$ ,  $z_{B2} = 0$ ,  $x_{B3} = 0$ ,  $y_{B3} = 0$ ,  $z_{B3} = -1 \text{ м}$ , начальные условия:  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ ,  $z_0 = 0$ ,  $V_{x0} = V_{y0} = V_{z0} = 0$ , конечное время расчета  $20 \text{ с}$ .

Закон колебаний основания  $A_x \sin(\omega_1 t) = 0,3 \sin(10 t)$ . Возбуждение происходит по условно резонансной частоте, равной  $10 \text{ р/с}$ .

В результате численного решения имеют место графики, приведенные на Рис. 4.9. Колебательный процесс представляет собой пульсирующую зависимость по оси  $x$ , поскольку происходит перекачка энергии по остальным осям.



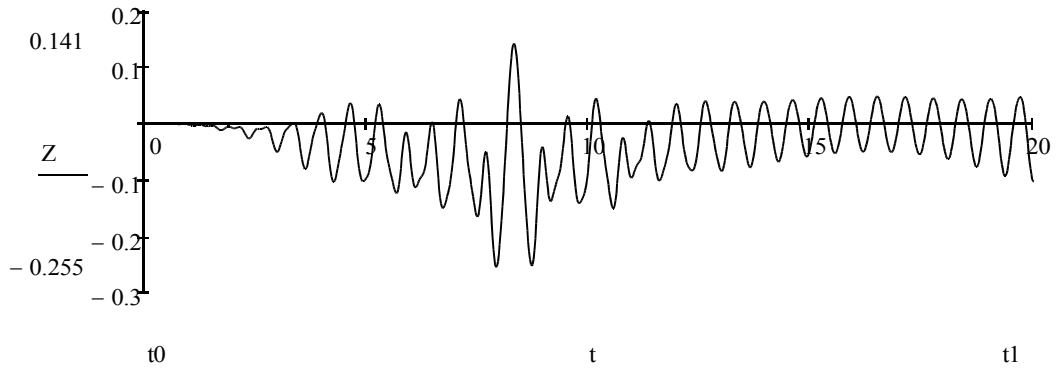
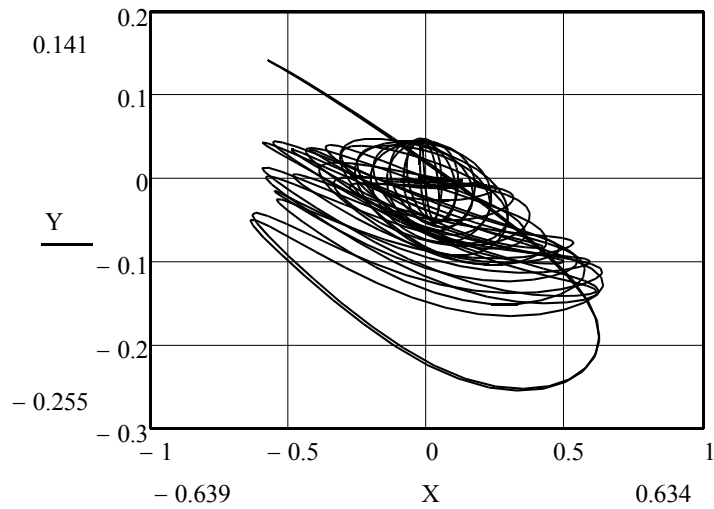


Рис. 4.9

Вновь изобразим геометрические и фазовые траектории. Из них видно, что процесс имеет сложный характер в силу взаимодействия между степенями свободы (Рис. 4.10).





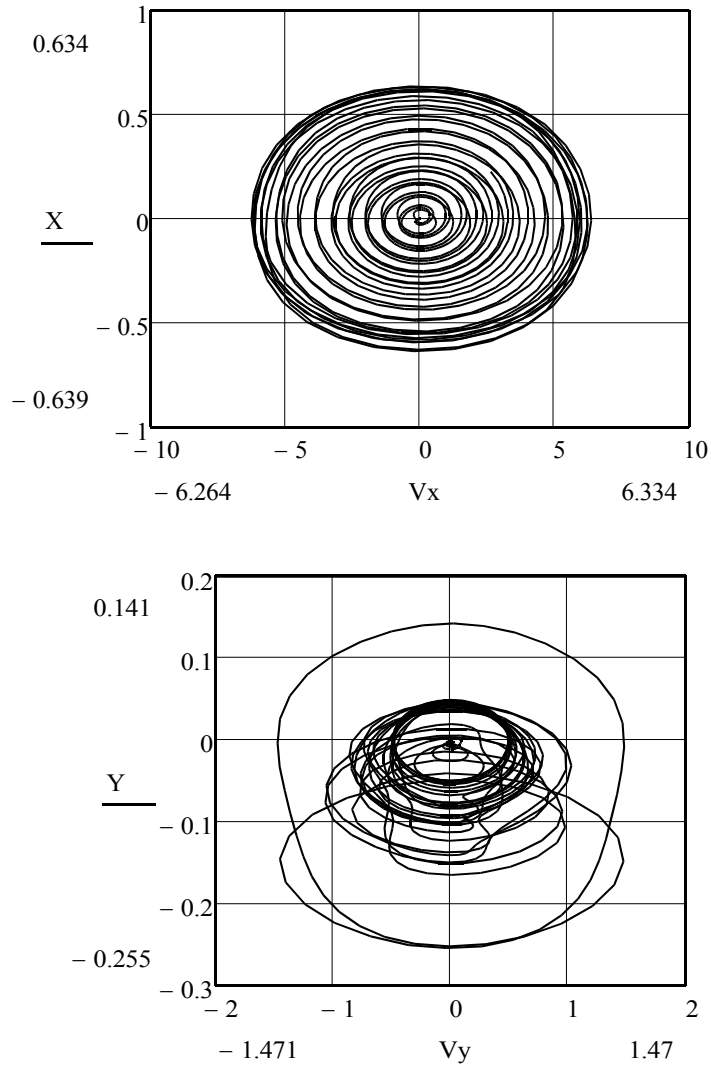


Рис. 4.10

В заключение данного параграфа рассмотрим режим, когда имеет место демпфирование. Уравнения будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{dV_x}{dt} = & -\mu V_x - [(\sqrt{(x-x_{B1})^2 + (y-y_{B1})^2 + (z-z_{B1})^2} - l_1) \times \\ & \times \frac{(x-x_{B1})}{\sqrt{(x-x_{B1})^2 + (y-y_{B1})^2 + (z-z_{B1})^2}}] c_1 / m - \\ & - [(\sqrt{(x-x_{B2})^2 + (y-y_{B2})^2 + (z-z_{B2})^2} - l_2) \times \\ & \times \frac{(x-x_{B2})}{\sqrt{(x-x_{B2})^2 + (y-y_{B2})^2 + (z-z_{B2})^2}}] c_2 / m - \end{aligned}$$

$$-[(\sqrt{(x-x_{B3})^2+(y-y_{B3})^2+(z-z_{B3})^2}-l_3) \times \\ \times \frac{(x-x_{B3})}{\sqrt{(x-x_{B3})^2+(y-y_{B3})^2+(z-z_{B3})^2}}]c_3/m + \frac{F_1 \sin(\omega_1 t)}{m}$$

$$\frac{dV_y}{dt} = --- \mu V_y - [(\sqrt{(x-x_{B1})^2+(y-y_{B1})^2+(z-z_{B1})^2}-l_1) \times \\ \times \frac{(y-y_{B1})}{\sqrt{(x-x_{B1})^2+(y-y_{B1})^2+(z-z_{B1})^2}}]c_1/m - \\ - [(\sqrt{(x-x_{B2})^2+(y-y_{B2})^2+(z-z_{B2})^2}-l_2) \times \\ \times \frac{(y-y_{B2})}{\sqrt{(x-x_{B2})^2+(y-y_{B2})^2+(z-z_{B2})^2}}]c_2/m -$$

$$-[(\sqrt{(x-x_{B3})^2+(y-y_{B3})^2+(z-z_{B3})^2}-l_3) \times \\ \times \frac{(y-y_{B3})}{\sqrt{(x-x_{B3})^2+(y-y_{B3})^2+(z-z_{B3})^2}}]c_3/m + \frac{F_2 \sin(\omega_2 t)}{m}$$

$$\frac{dV_z}{dt} = --- \mu V_z - [(\sqrt{(x-x_{B1})^2+(y-y_{B1})^2+(z-z_{B1})^2}-l_1) \times \\ \times \frac{(z-z_{B1})}{\sqrt{(x-x_{B1})^2+(y-y_{B1})^2+(z-z_{B1})^2}}]c_1/m - \\ - [(\sqrt{(x-x_{B2})^2+(y-y_{B2})^2+(z-z_{B2})^2}-l_2) \times \\ \times \frac{(z-z_{B2})}{\sqrt{(x-x_{B2})^2+(y-y_{B2})^2+(z-z_{B2})^2}}]c_2/m -$$

$$-[(\sqrt{(x-x_{B3})^2+(y-y_{B3})^2+(z-z_{B3})^2}-l_3) \times \\ \times \frac{(z-z_{B3})}{\sqrt{(x-x_{B3})^2+(y-y_{B3})^2+(z-z_{B3})^2}}]c_3/m + \frac{F_3 \sin(\omega_3 t)}{m}$$

Здесь  $\mu$  - коэффициент демпфирования, остальные обозначения аналогичны предыдущим. Примем параметры  $m = 1 \text{ кг}$ ,  $c_1 = c_2 = c_3 = 100 \text{ Н/м}$ ,  $l_1 = l_2 = l_3 = 1 \text{ м}$ ,  $x_{B1} = -1 \text{ м}$ ,  $y_{B1} = 0$ ,  $z_{B1} = 0$ ,  $x_{B2} = 0$ ,  $y_{B2} = -1 \text{ м}$ ,  $z_{B2} = 0$ ,  $x_{B1} = 0$ ,  $y_{B1} = 0$ ,  $z_{B1} = -1 \text{ м}$ , начальные условия:  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ ,  $z_0 = 0$ ,  $V_{x0} = V_{y0} = V_{z0} = 0$ , конечное время расчета  $5 \text{ с}$ . Вынуждающая сила по всем трем координатам  $F_i \sin(\omega_i t) = 10 \sin(10t)$ . Коэффициент демпфирования  $\mu = 10$ . Возбуждение вновь происходит по условно резонансной частоте, равной для обеих координат  $10 \text{ р/с}$ . В результате решения получаем следующие зависимости (Рис. 4.11).

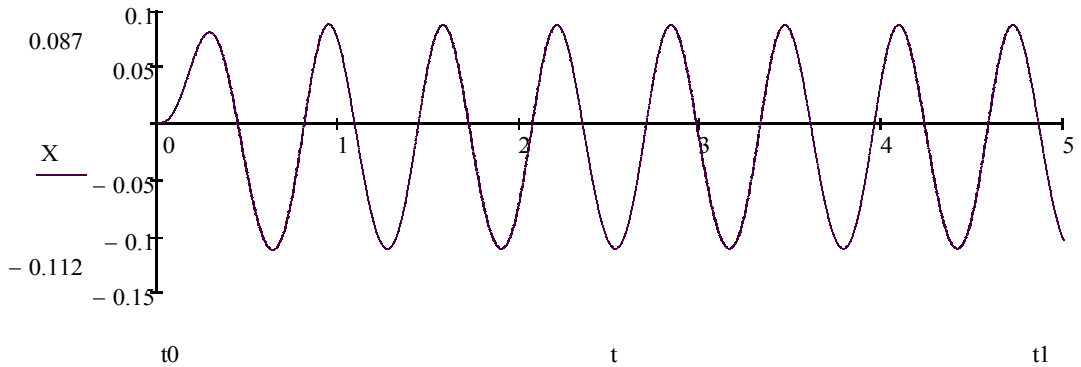
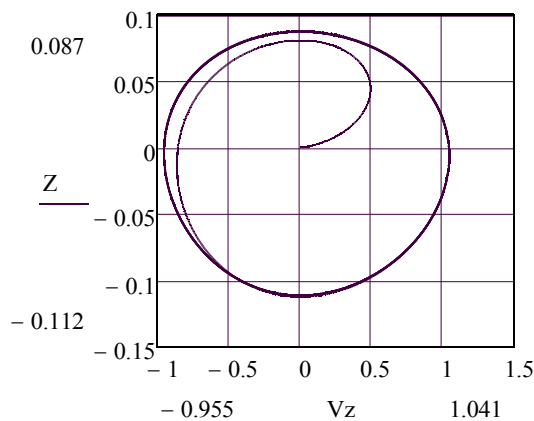


Рис. 4.11.

Отметим, что если изменить коэффициент демпфирования ( $\mu=2$ ), то характер процесса изменится (Рис. 4.12).



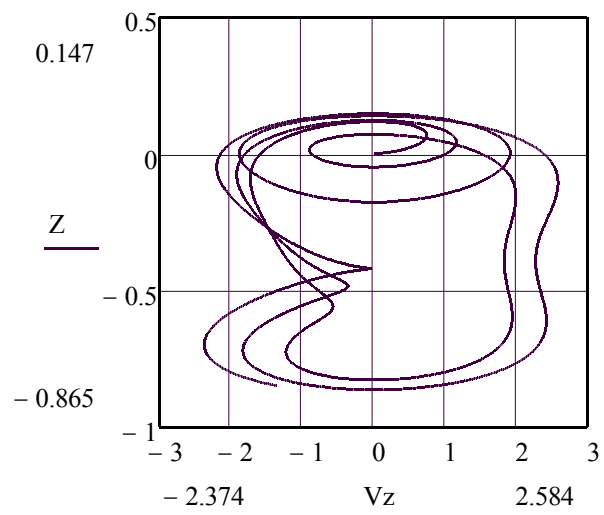
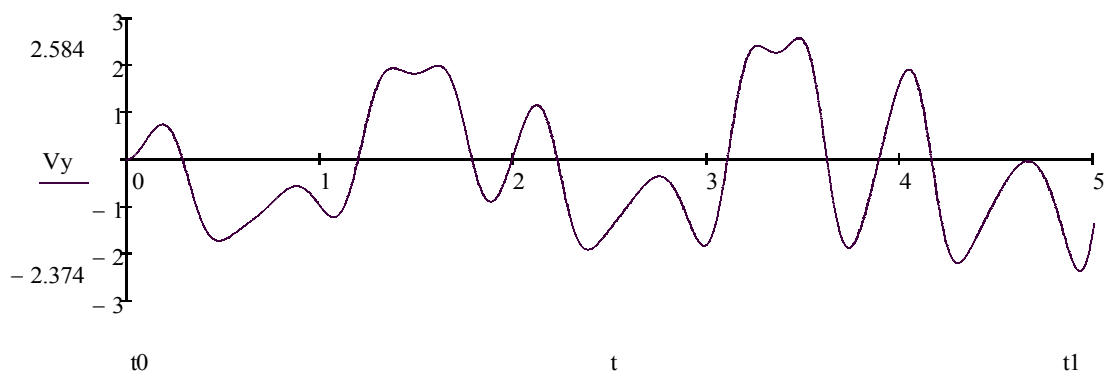
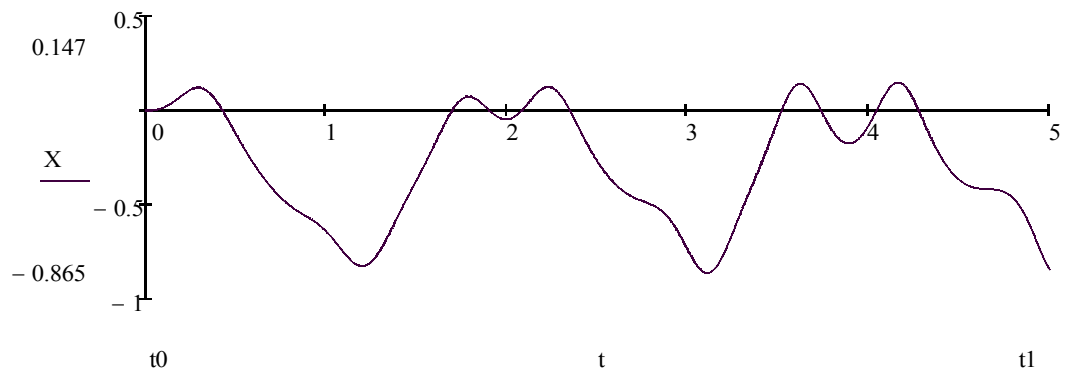


Рис. 4.12.

На основании изложенного можно утверждать, что механизмы параллельной структуры имеют свойство взаимного влияния между приводами.

## Глава 5. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ И НАТУРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНО-ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ

В данной главе рассматриваются алгоритмы управления механизма параллельно-переменной структуры, выполняющего поступательные движения и имеющего поступательные приводы. Кроме того, представлен натуральный образец механизма параллельно-переменной структуры.

### 5.1 Алгоритмы управления механизмом параллельно-переменной структуры, совершающего поступательные движения.

В данном параграфе представим систему управления механизмом с обратной связью по положению. Будем использовать динамическую модель, полученную в предыдущей главе. Механизм имеет три соединительные кинематические цепи (Рис. 4.1). Рассматриваем поступательные движения, при этом анализ можно свести к системе (Рис. 5.1), имеющей одно массивное тело, переносимое тремя двигателями поступательного перемещения.

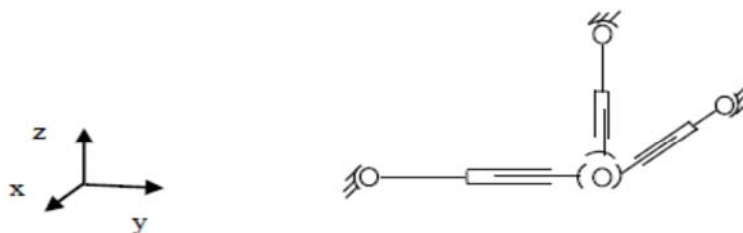


Рис. 5.1

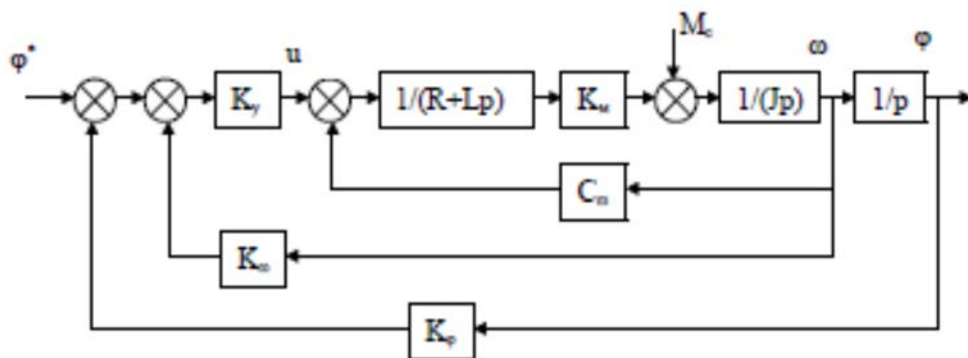


Рис. 5.2

В качестве приводов используем двигатели постоянного тока, которые могут быть представлены структурной схемой (Рис. 5.2). Уравнение для электрической цепи двигателя:

$$U = i_{я} R + L \frac{di}{dt} + C_{\omega} \omega$$

Здесь  $U$  – напряжение на электродвигателе,  $i_{я}$  – ток в электродвигателе,  $R$  – сопротивление обмотки двигателя,  $L$  – индуктивность обмотки электродвигателя,  $C_{\omega}$  – коэффициент противо ЭДС,  $\omega$  – скорость вращения.

Уравнения динамического анализа, представленные в предыдущей главе, дополняются указанными уравнениями электрической цепи двигателя. Момент двигателя связан с электрическим током:

$$M = K_M i, \text{ где } K_M \text{ – это коэффициент пропорциональности.}$$

В системе управления предусматривается обратная связь по положению и по скорости. Обратная связь по положению имеет коэффициент  $K_{\phi}$ , а обратная связь по скорости -  $K_{\omega}$ . Выбирая эти коэффициенты, а также коэффициент усиления  $K_y$ , можно добиться требуемой точности управления. Влиянием индуктивности обмотки якоря можно пренебречь.

Рассмотрим алгоритм управления, использующий обратную связь по положению. Уравнения, описывающие движение механизма, имеют вид:

$$\begin{aligned}
\frac{dV_x}{dt} = & -\left[\sqrt{(x_d - x_{B1})^2 + (y_d - y_{B1})^2 + (z_d - z_{B1})^2} - \right. \\
& \left. \sqrt{(x - x_{B1})^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2}\right] \times \\
& \times \frac{(x - x_{B1})}{\sqrt{(x - x_{B1})^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2}}] K_{\phi 1} / m - \\
& -\left[\sqrt{(x_d - x_{B2})^2 + (y_d - y_{B2})^2 + (z_d - z_{B2})^2} - \right. \\
& \left. \sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}\right] \times \\
& \times \frac{(x - x_{B2})}{\sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}}] K_{\phi 2} / m - \\
& -\left[\sqrt{(x_d - x_{B3})^2 + (y_d - y_{B3})^2 + (z_d - z_{B3})^2} - \right. \\
& \left. \sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}\right] \times \\
& \times \frac{(x - x_{B3})}{\sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}}] K_{\phi 3} / m - \\
& - \frac{\left[\frac{dx}{dt}(x - x_{B1}) + \frac{dy}{dt}(y - y_{B1}) + \frac{dz}{dt}(z - z_{B1})\right](x - x_{B1})}{\sqrt{(x - x_{B1})^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2}} K_{\omega 1} / m - \\
& - \frac{\left[\frac{dx}{dt}(x - x_{B2}) + \frac{dy}{dt}(y - y_{B2}) + \frac{dz}{dt}(z - z_{B2})\right](x - x_{B2})}{\sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}} K_{\omega 2} / m - \\
& - \frac{\left[\frac{dx}{dt}(x - x_{B1}) + \frac{dy}{dt}(y - y_{B1}) + \frac{dz}{dt}(z - z_{B1})\right](x - x_{B3})}{\sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}} K_{\omega 3} / m
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\frac{dV_y}{dt} = & -\left[\sqrt{(x_d - x_{B1})^2 + (y_d - y_{B1})^2 + (z_d - z_{B1})^2} - \right. \\
& \left. \sqrt{(x - x_{B1})^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2}\right] \times \\
& \times \frac{(y - y_{B1})}{\sqrt{(x - x_{B1})^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2}}] K_{\phi_1} / m - \\
& -\left[\sqrt{(x_d - x_{B2})^2 + (y_d - y_{B2})^2 + (z_d - z_{B2})^2} - \right. \\
& \left. \sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}\right] \times \\
& \times \frac{(y - y_{B2})}{\sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}}] K_{\phi_2} / m - \\
& -\left[\sqrt{(x_d - x_{B3})^2 + (y_d - y_{B3})^2 + (z_d - z_{B3})^2} - \right. \\
& \left. \sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}\right] \times \\
& \times \frac{(y - y_{B3})}{\sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}}] K_{\phi_3} / m - \\
& - \frac{\left[\frac{dx}{dt}(x - x_{B1}) + \frac{dy}{dt}(y - y_{B1}) + \frac{dz}{dt}(z - z_{B1})\right](y - y_{B1})}{\sqrt{(x - x_{B1})^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2}} K_{\omega_1} / m - \\
& - \frac{\left[\frac{dx}{dt}(x - x_{B2}) + \frac{dy}{dt}(y - y_{B2}) + \frac{dz}{dt}(z - z_{B2})\right](y - y_{B2})}{\sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}} K_{\omega_2} / m - \\
& - \frac{\left[\frac{dx}{dt}(x - x_{B1}) + \frac{dy}{dt}(y - y_{B1}) + \frac{dz}{dt}(z - z_{B1})\right](y - y_{B3})}{\sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}} K_{\omega_3} / m
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dV_z}{dt} = & -\left[\sqrt{(x_d - x_{B1})^2 + (y_d - y_{B1})^2 + (z_d - z_{B1})^2} - \right. \\
& \left. \sqrt{(x - x_{B1})^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2}\right] \times \\
& \times \frac{(z - z_{B1})}{\sqrt{(x - x_{B1})^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2}}] K_{\phi_1} / m - \\
& -\left[\sqrt{(x_d - x_{B2})^2 + (y_d - y_{B2})^2 + (z_d - z_{B2})^2} - \right. \\
& \left. \sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}\right] \times \\
& \times \frac{(z - z_{B2})}{\sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}}] K_{\phi_2} / m - \\
& -\left[\sqrt{(x_d - x_{B3})^2 + (y_d - y_{B3})^2 + (z_d - z_{B3})^2} - \right. \\
& \left. \sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}\right] \times \\
& \times \frac{(z - z_{B3})}{\sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}}] K_{\phi_3} / m - \\
& - \frac{\left[\frac{dx}{dt}(x - x_{B1}) + \frac{dy}{dt}(y - y_{B1}) + \frac{dz}{dt}(z - z_{B1})\right](z - z_{B1})}{\sqrt{(x - x_{B1})^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2}} K_{\omega_1} / m - \\
& - \frac{\left[\frac{dx}{dt}(x - x_{B2}) + \frac{dy}{dt}(y - y_{B2}) + \frac{dz}{dt}(z - z_{B2})\right](z - z_{B2})}{\sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2}} K_{\omega_2} / m - \\
& - \frac{\left[\frac{dx}{dt}(x - x_{B1}) + \frac{dy}{dt}(y - y_{B1}) + \frac{dz}{dt}(z - z_{B1})\right](z - z_{B3})}{\sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2}} K_{\omega_3} / m - g
\end{aligned}$$

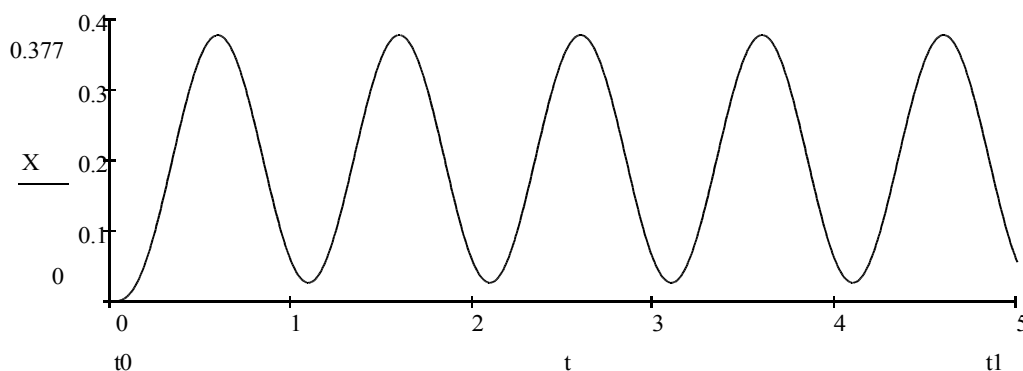
Здесь  $m$  – масса выходного звена,  $g$  – ускорение свободного падения,  $K_{\varphi 1}, K_{\varphi 2}, K_{\varphi 3}$  – коэффициенты обратных связей по положению,  $K_{\omega 1}, K_{\omega 2}, K_{\omega 3}$  – коэффициенты, учитывающие противо ЭДС двигателей и сопротивление обмотки якоря,  $x, y, z$  – координаты центра выходного звена,  $x_d, y_d, z_d$  – желаемые координаты,  $x_{B1}, y_{B1}, z_{B1}, x_{B2}, y_{B2}, z_{B2}, x_{B3}, y_{B3}, z_{B3}$  – координаты неподвижных точек  $B_1, B_2, B_3$ . Обобщенная скорость определяется через абсолютную скорость и ее проекцию на ось привода. Силы приводов определяются разностью желаемых и действительных координат, а также противо ЭДС.

Пусть  $m = 1 \text{ кг}$ ,  $K_{\varphi 1}, K_{\varphi 2}, K_{\varphi 3}$  – коэффициенты обратных связей по положению обобщенных координат равны 1000,  $K_{\omega 1}, K_{\omega 2}, K_{\omega 3}$  – коэффициенты, учитывающие противо ЭДС двигателей, равны 100, координаты центра выходного звена в начале движения равны 0, также как и абсолютные скорости,  $x_{B1}, y_{B1}, x_{B2}, y_{B2}$  – координаты неподвижных точек  $B_1, B_2$  равны соответственно (-1, 0, 0), (0, -1, 0) и (0, 0, -1). Зададим  $x_d, y_d, z_d$  – координаты центра выходного звена в требуемом движении. Начальные скорости равны нулю

$$x_d = A [1 - \cos(\omega t)], y_d = 0, z_d = 0.$$

Конечное время расчета 5с, траектория расположена вдоль оси  $x$ . Амплитуда колебаний равна 0,2 м, угловая частота равна  $2\pi$  рад/сек.

В результате решения получаем следующие зависимости (Рис. 5.3):



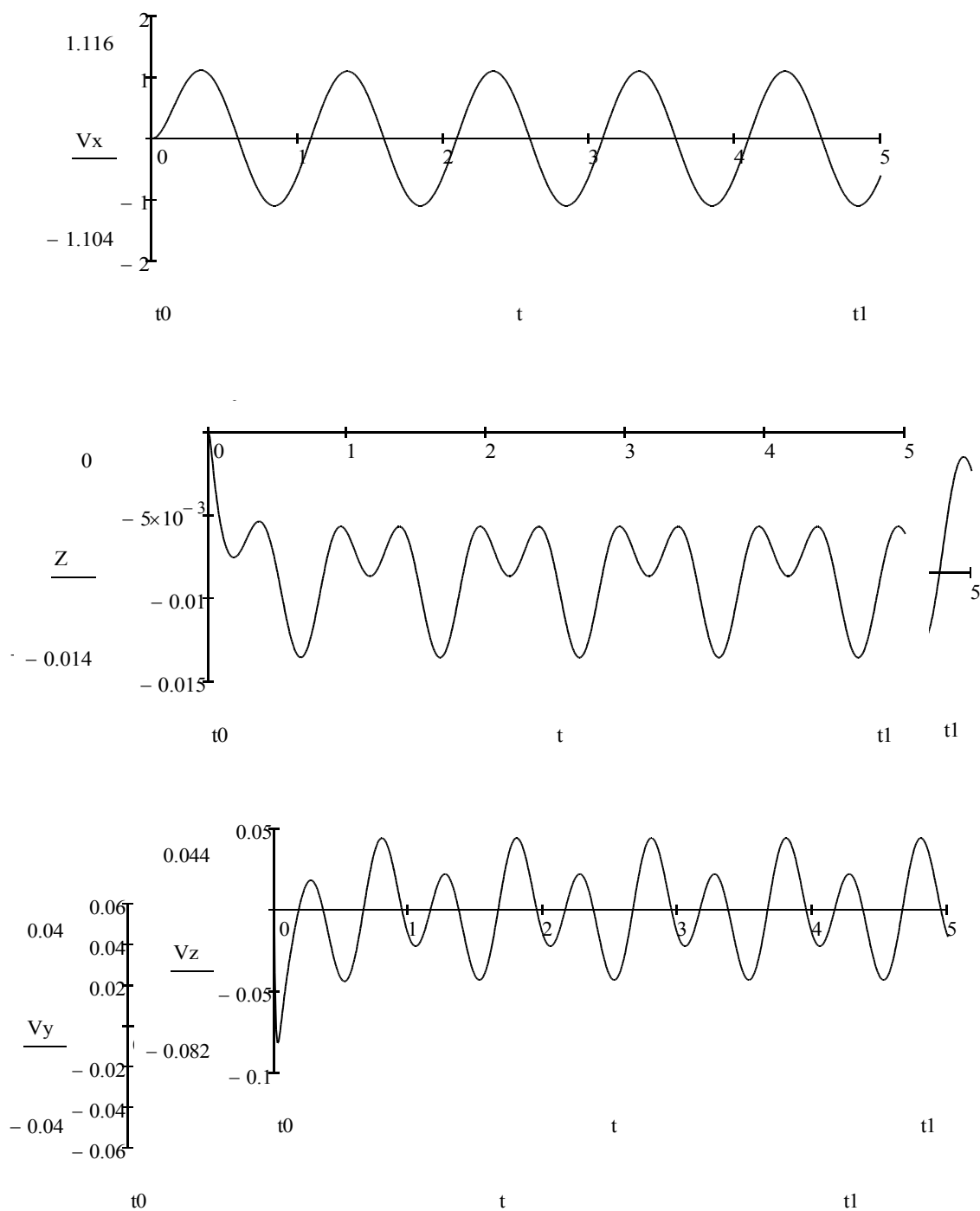
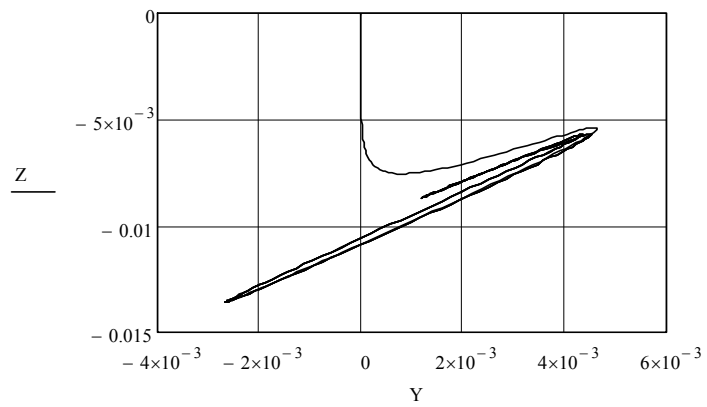
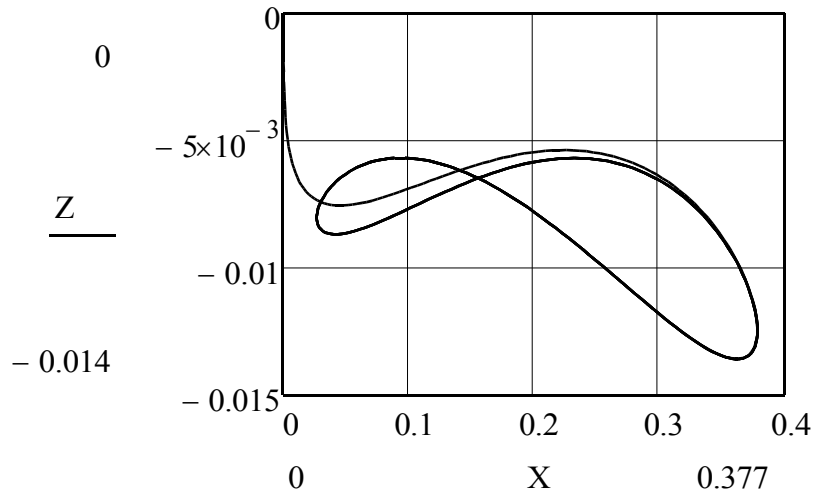


Рис. 5.3

Колебания должны происходить по одной координате  $x$ , однако возникают колебания и в других координатах – в силу наличия взаимовлияния

между приводами. Далее рассмотрим геометрические и фазовые траектории (Рис. 5.4).



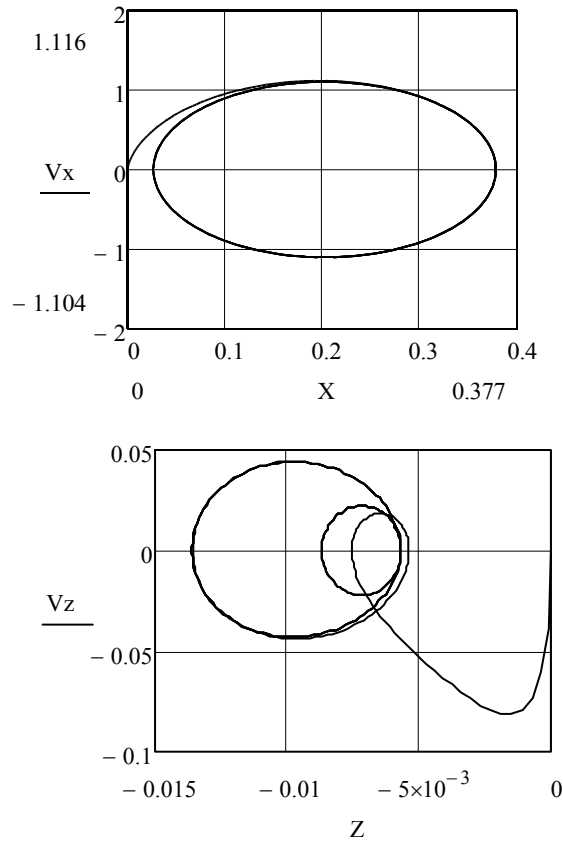


Рис. 5.4

Из приведенных графиков видно, что динамическая точность системы приемлема. Динамическую точность движения по траектории отражают графики изменения координат  $y$  и  $z$ . При этом по координате  $z$  есть систематическая ошибка, вызванная весом. Для улучшения точности можно увеличить коэффициент обратной связи по положению. Если вдвое увеличить коэффициент обратной связи по положению, то точность отработки требуемого закона существенно увеличится (Рис. 5.5-5.7).

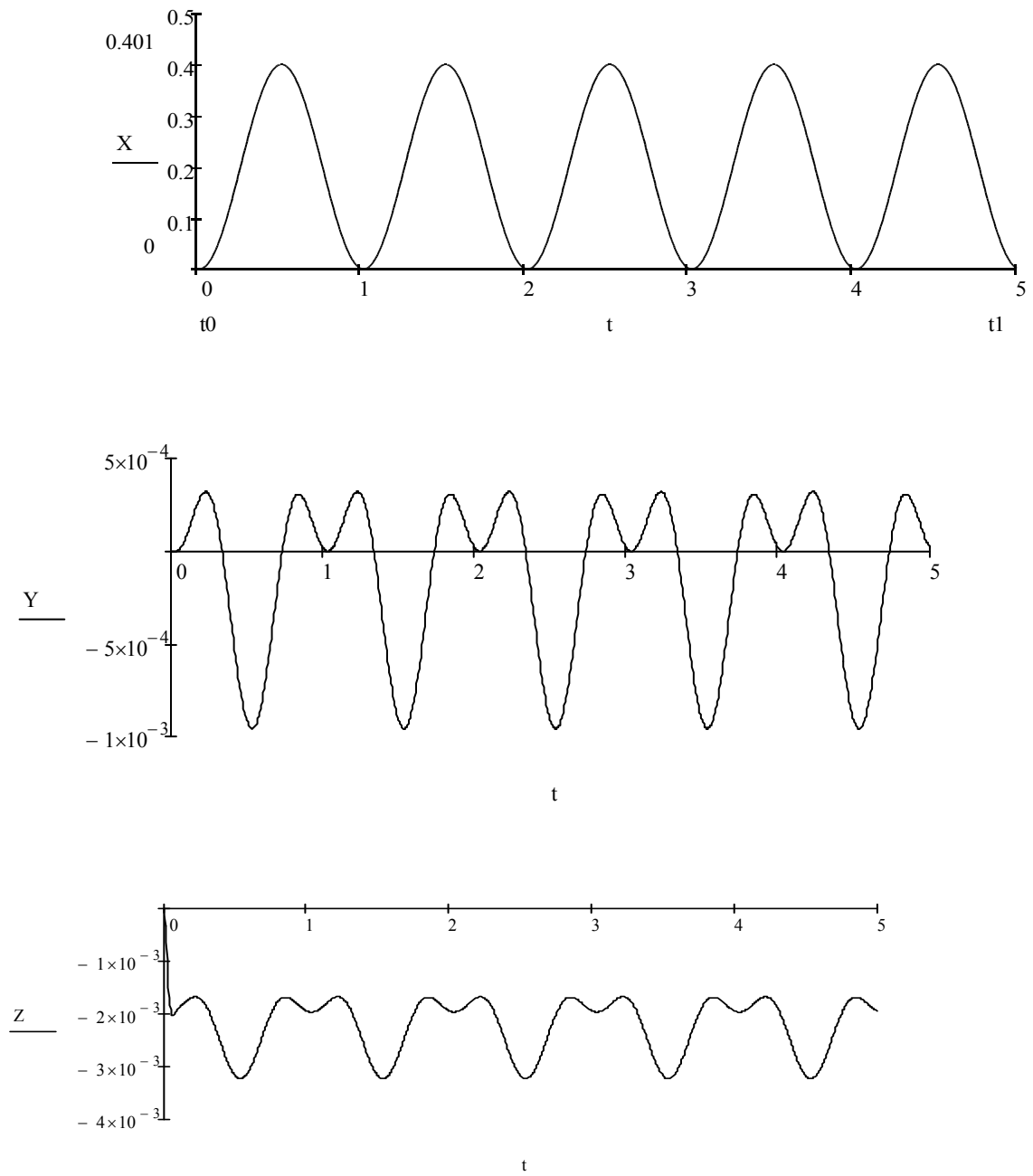


Рис. 5.5

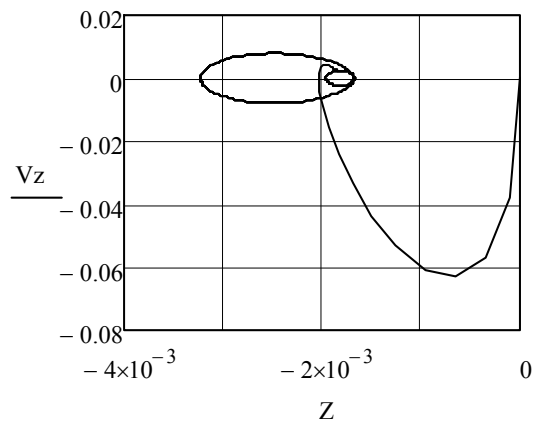
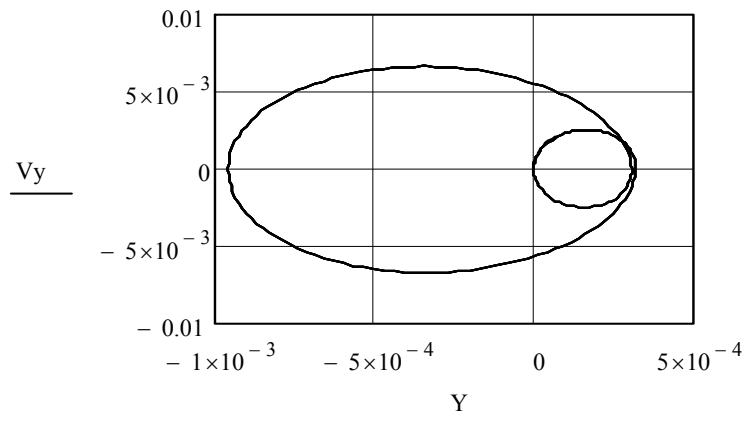
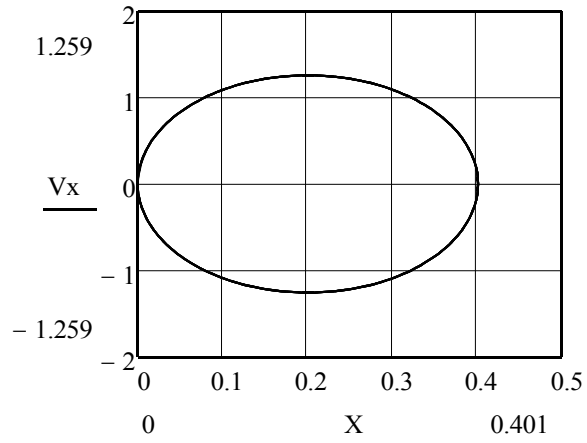


Рис. 5.6



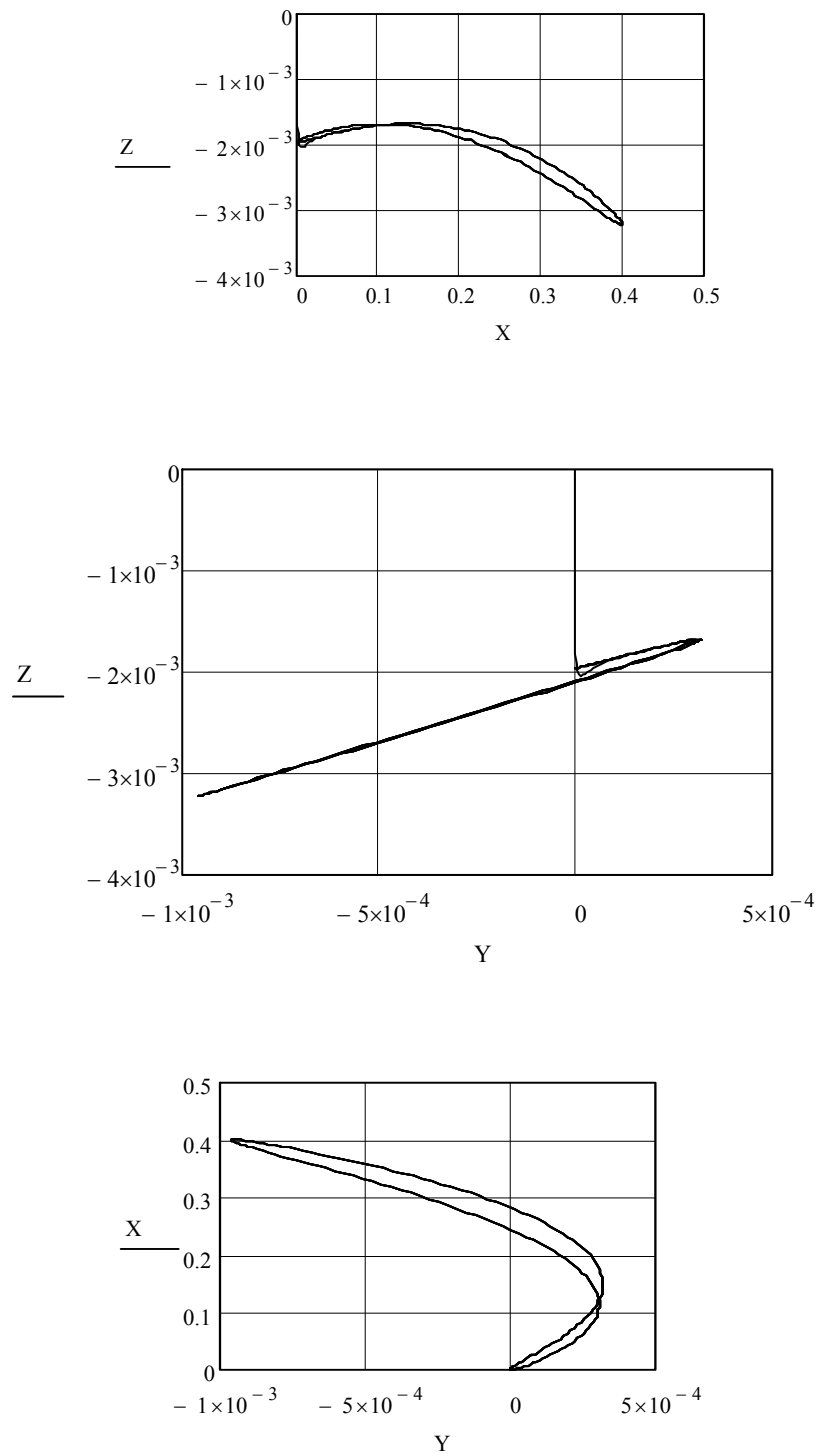


Рис. 5.7

Таким образом, точность движения по траектории механизма с электрическими двигателями может быть достигнута за счет соответствующих коэффициентов обратной связи.

## 5.2 Натурное моделирование механизма параллельно-переменной структуры.

В данном параграфе представим результаты натурного моделирования механизма параллельно-переменной структуры. При изготовлении модели было принято решение использовать сталь и применять сварку для соединения деталей. Кроме того, для корректировки геометрических параметров в модели предусмотрены соответствующие винты (Рис. 5.8).

Непосредственно на основании размещены вращательные кинематические пары, обеспечивающие изменение структуры — то есть изменение вида движений — поступательные или вращательные. Как отмечалось, оси этих пар не должны все быть размещены горизонтально, поэтому предусмотрен некоторый наклон, обеспечиваемый прокладками

Первая кинематическая пара каждой кинематической цепи — вращательная, она установлена с пересечением осей пары, отвечающей за изменение структуры, и вращательной пары, входящей в структурную группу ВПВ (вращательная — поступательная — вращательная пары). Для того чтобы первая пара выполняла лишь вращательные движения, предусмотрен винт (Рис. 5.9), перемещающийся по ободу, расположенному на оси.







Рис. 5.8

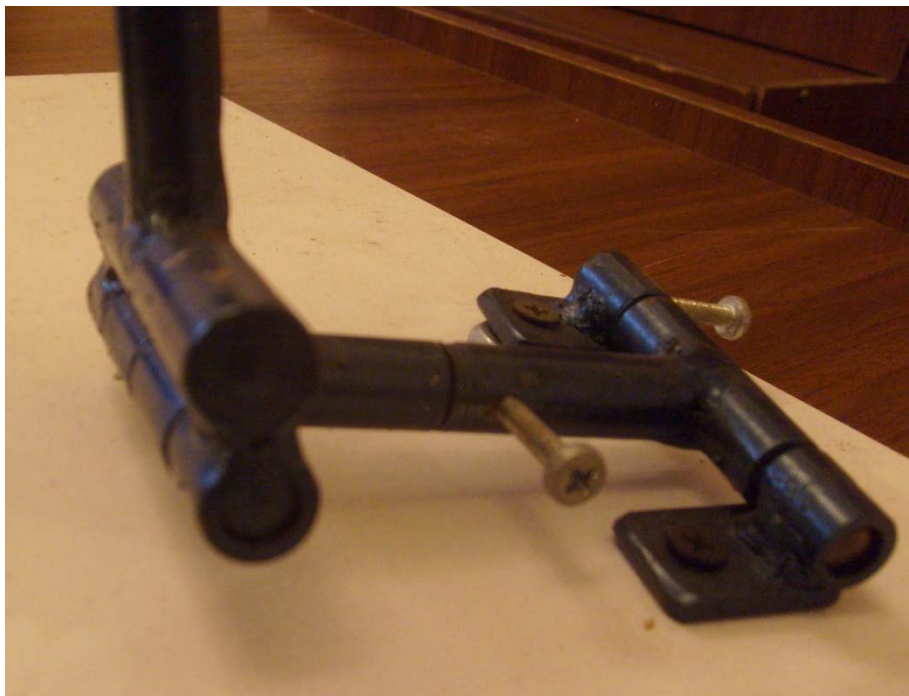




Рис. 5.9



Рис. 5.10

Каждая кинематическая цепь (Рис. 5.10) содержит структурную группу, включающую вращательную, поступательную и еще одну вращательную кинематические пары, причем оси вращательных кинематических пар параллельны, а ось поступательной пары пересекает оси вращательных пар. Поступательная пара должна выполнять роль привода. Для того чтобы имели место лишь линейные перемещения, вновь предусмотрен винт, который входит в соприкосновение с ободом оси пары.



Рис 5.11

Выходное звено выполнено в виде трех осей, пересекающихся под прямым углом (Рис. 5.11). Чтобы конечные кинематические пары каждой



цепи выполняли лишь вращательные движения, вновь предусмотрен винт, перемещающийся по ободу оси пары.

Исследование движений в модели показало, что изменение взаимного положения первой и последней вращательных кинематических пар, может обеспечить изменение структуры — то есть выполнение либо вращательных, либо поступательных движений. Вместе с тем, для увеличения объема рабочего пространства требуется изменение конструкции кинематических пар.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

### **В работе получены результаты:**

Проведен структурный синтез манипуляционных механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия.

Проведен кинематический анализ манипуляционных механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия.

Проведен динамический анализ манипуляционных механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия.

Проведено численное и натурное моделирование манипуляционных механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений предназначенных для системы технологического транспорта.

### **По работе можно сделать выводы:**

При структурном синтезе механизмов параллельной структуры для поступательных либо вращательных движений могут быть использованы дополнительные двигатели, меняющие взаимные положения начальной и конечной кинематических пар каждой кинематической цепи. При этом, оси промежуточных вращательных кинематических пар не должны быть компланарны.

При кинематическом анализе механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений, предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия, эффективным средством является подход Анжелеса-Госслена с использованием матриц Денавита-Хартенберга.

При динамическом анализе механизмов параллельной структуры для поступательных движений, предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия, установлено, что степени свободы обладают динамическим взаимовлиянием, что обуславливает ограничение амплитуды при отсутствии демпфирования.

При численном и натурном моделировании механизмов параллельной структуры для поступательных и вращательных движений, предназначенных для системы технологического транспорта текстильного предприятия, установлено, что дополнительные приводы обеспечивают изменения вида движений выходного звена, а наличие обратных связей по положению и по скорости обеспечивают предписанные движения рабочего органа.

## Список литературы.

1. Ализаде Р.И. Функц. синтез пространст. трехстепенных манипуляторов. // Пробл. машиностр. и надеж. маш.. 1994, N 5, С.129-133.
2. Арзуманян К.С., Колискор А.Ш. Синтез структур 1-координатных систем для исследования и диагностирования промышленных роботов // Испытания, контроль и диагностирование гибких производственных систем. МОСКВА - Наука, 1988, С. 70-81.
3. Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А. Синтез плоских механизмов. МОСКВА - Физматгиз, 1959, 1084 С.
4. Артоболевский И.И., Кобринский А.Е. Роботы. // Машиновед.. 1970, N 5. С. 3-11.
5. Артоболевский И.И. Теор. механизмов и машин: Учебник для втузов. 4-е изд., перераб. и дополненное МОСКВА - Наука, 1988. 640 С.
6. Бессонов А.П. Основы динамики механизмов с переменной массой. М. Наука, 1967, 279 С.
7. Бруевич Н.Г. Кинестатика пространственных механизмов. Тр. Военно - воздушной акад. им. Н.Е. Жуковского, 1937, Выпуск 22, С.3-85.
8. Быков Р.Э., Глазунов В.А., Тытик Д.Л., Новикова Н.Н. Моделирование модулей кристаллических структур с помощью механизмов с избыточными связями. // Пробл. машиностр. и надеж. маш.. Машиновед., 2002, N 2, С. 89-96.
9. Ганиев Р. Ф. Кононенко В. О. Колебания твердых тел. Главная редакция физико-математической литературы, М., 1976. 432 С.
10. Воробьев Е.И., Диментберг Ф.М. Теор. пространственных шарнирных механизмов. МОСКВА - Наука, 1991. 262 С.

11. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Простр.мех.пар. структуры. МОСКВА - Наука, 1991. 95 С.
12. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф., Модель Б.И. Принц. Классиф. и методы анализа простр. мех. с пар. Структ.// Пробл. машиностр. и надеж. маш. 1990. N 1. С.41-49.
13. Глазунов В.А., Диментберг Ф.М. Об особом полож. пространственного пятизвенника, образованного из двух механизмов Беннета // Машиновед.. 1984. N 5.
14. Глазунов В.А., Ласточкин А.Б., Терехова А.Н., Ву Нгок Бик. Об особенностях устройств относит. Манипулир. // Пробл. машиностр. и надеж. маш.. 2007, N2, С. 77-85.
15. Диментберг Ф.М. Об особ. Полож. простр. Мех.//Машиновед.. 1977, N 5, с. 53-58
16. Диментберг Ф.М. Теор. винтов и ее приложения. МОСКВА - Наука, 1978, 327 С.
17. Диментберг Ф.М. Теор. Простр. шарнирных мех. МОСКВА - Наука, 1982, 336 С.
18. Добровольский В.В. Постр. относ. полож. звеньев простр. семизвенника по методу сферических изображений. // Тр. семинара по ТМ МОСКВА - Изд-во АН СССР, 1952, т. 12, Выпуск 42, С. 52-62.
19. Зейлигер Д.Н. Комплексная линейчатая геометрия. МОСКВА - Гостехиздат , 1934, 196 С.
20. Зиновьев В.А. Кинем. анализ простр. механизмов. // Тр.семинара по ТММ, 1951, т. 11, Выпуск 42, С. 52-99.
21. Иосилевич Г.Б., Лебедев П.А., Стреляев В.С. Прикладная мех.. МОСКВА - Машиностроение, 1985, 576 С.

22. Кислицын С.Г. Тензорный метод в теории простр. механизмов. // Тр. семинара по ТММ, 1954, т. 14, Выпуск 54, С. 51-75
23. Кинематика, динамика и точность мех-в: Справочник // Под ред. Г.В. Крейнина. МОСКВА - Машиностроение, 1984, 224 С.
24. Кобринский А.А., Кобринский А.Е. Манип. системы роботов: основы устр., элементы теории. МОСКВА - Наука, 1989, 344 С.
25. Колискор А.Ш. Разработка и исслед. промышленных роботов на основе 1-координат. // Станки и инструмент. 1982, N 12, с. 21-24.
26. Коловский М.З., Слоущ А.В. Основы дин. пром. роботов. МОСКВА - Наука, 1988, 240 С.
27. Конструирование машин, т. I. // Под общей редакцией акад. В.В.Фролова. МОСКВА - Машиностроение, 1994, 530 С.
28. Котельников А.П. Винтовое счисление и некоторые прил. его к геометр. и механике. Казань, 1895, 216 С.
29. Крайнев А.Ф. Функц. классификация механизмов. // Пробл. машиностр. и надеж. маш.. 1993, N 5, С. 10-20.
30. Крайнев А.Ф., Глазунов В.А. Новые мех. относительно манипулирования. // Пробл. машиностр. и надеж. маш.. 1994, N5, с. 106-117.
31. Крайнев А.Ф., Глазунов В.А., Нагорных В.И. Разраб. механизмов паралл. структуры для малых перемещений с упругими изгибными кинематическими парами. // Пробл. машиностр. и надеж. маш.. 1992, N 4, с. 79-86.
32. Крайнев А.Ф. Словарь-справоч. по механизмам. М., Машиностроение, 1987, 560 С.
33. Крайнев А. Ф. Мех. от греческого *mechanice (teche)* – искусство построения машин. Фунд. словарь. МОСКВА - Машиностроение, 2000, 904 С.

34. Крайнев А. Ф. Идеология конструир. МОСКВА - Машиностроение, 2003, 384 с
35. Корендясев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. и др. Манип. системы роботов // Под ред. А.И. Корендясева. МОСКВА - Машиностроение, 1989, 472 С.
36. Ларюшкин П.А. Рабочая зона манип.а параллельной структуры с тремя степенями свободы // П.А. Ларюшкин, С.В, Палочкин // Известия высших учебных заведений. Техн. текстильной промышленности, N3. 2012. – С. 92-96
37. Ларюшкин П.А. Реш. задачи о положениях паралл. манипулятора с тремя степенями свободы // П.А. Ларюшкин, В.А. Глазунов. С.В.Хейло // Справочник. Инж. журнал с приложением, N2. 2012. – С. 16-20.
38. Лебедев П.А. Кинематика простр. механизмов. М., Л.: Машиностроение, 280 С.
39. Левитский Н.И. Теор. механизмов и машин: Учеб. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и дополненное МОСКВА - Наука, 1990, 592 С.
40. Лунев В.В., Мисюрин С.Ю. Решение задач о положениях механизма методом многоугольников Ньютона. // Пробл. машиностр. и надеж. маш.. 1994, N 2, С.26-31.
41. Малышев А.П. Анализ и синтез механизмов с точки зрения их структуры. // Изв. Томского технолог. ин-та, 1923, т. 44, Выпуск 2, С. 1-78.
42. Мардер Б.О., Лебедев П.А. О ветвлении функции положения выходного звена пространственного двухкривошипного двухконтурного механизма ВВС<sub>n</sub>С<sub>n</sub>С<sub>n</sub>СС. // Машиновед., 1986, N4, С. 30-39.
43. Медведев В.С., Лесков А.Г., Ющенко А.С. Системы упр. манипуляционных роботов. МОСКВА - Наука, 1978, 416 С.

44. Мудров П. Г. Простр. механизмы с вращательными парами. Казань, Казанский сельскохозяйственный институт им М. Горького, 1976, 265 С.
45. Овакимов А.Г Об особых полож. одноконтурных пространственных мех. с несколькими степенями свободы. // Машиновед., 1989, N4, С. 11-18.
46. Пейсах Э.Е. Критерии передачи движ. для рычажных механизмов. // Машиновед., 1986, N 1, С. 45-51.
47. Пол Р. Моделир., планирование траекторий и управление движением робота-манипулятора. МОСКВА - Наука, 1976, 104 С.
48. Попов Е.П., Верещагин А.Ф., Зенкевич С.П. Манипуляц. роботы. Динамика и алгоритмы. МОСКВА - Наука, 1978, 400 С.
49. Решетов Л.Н. Самоуст. механизмы: Справочник. МОСКВА - Машиностр., 1979, 334 с
50. Росс Б. О винтовых осях и других особых линиях, связанных с простр. перемещением твердого тела. // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Конструир.е и техн-я машиностроения. 1967, N1, С. 120-131.
51. Саркисян Ю.Л. Аппроксимац. синтез механизмов. Наука, 1982, 304 С.
52. Саркисян Ю.Л., Парикян Т.Ф., Принципы построения пространственных поступательно-направляющих механизмов. // Машиновед., 1988, N 4, С. 12-20.
53. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптим. парам. в задачах со многими критериями. МОСКВА - Наука, 1981, 110 С.
54. Сомов П.О. Вект. анализ и его приложения. С.-Пб.: Тип. Стасюлевича, 1907, 263 С.

55. Теор. механизмов и механика машин: учеб. для вузов. К. В. Фролов, С. А. Попов, А. К. Мусатов и другие; под редакцией К. В. Фролова, 2-е изд. Перераб. и доп. МОСКВА - Высшая шк. 1998, 496 С.

56. Хант К.Х. Кинемат. структуры манипуляторов с параллельным приводом. // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Конструирование и технология машиностроения. 1983, N 4, С. 201-210.

57. Ширинкин М.А. Разработка манипуляционного механизма параллельной структуры с четырьмя степенями свободы // М.А. Ширинкин, В.А. Глазунов, С.В. Палочкин // Известия вузов. Технология текстильной промышленности, N1. 2010. – С. 102-107

58. Adapala C.S., Sandipan B., Ashitava G. Part. Instant. degrees-of-freedom and its applic. to three-degrees-of-freedom Par. manip.. 13th World Congr. in Mech. and Machine Science, Guanajuato, M'exico, 19-25 June, 2011. P.8

59. Alizadeh D., Angeles J., Nokleby S. On the Comp. of the Home Posture of the McGill Schoenflies-Motion Generator. // Comp. Kinematics. Proceedings of the 5 th Inter. Workshop. Springer, 2009, P. 149-158.

60. Angeles J. The Qualitative Synthesis of Par. Manip.. // Journal of Mechanical Design, 2004, v. 126, P. 617-624.

61. Arakelian V., Guegan S., Briot S. Static and Dynamic Analysis of the PAMINSA. // ASME 2005. International Design Engineering Technic. Conferences & Computers and Information in Engineering Conference. Long Beach. California. USA. 2005, pp. 24-28.

62. Arakelian V., Briot S., Glazunov V. Increase of singularity-free zones in the workspace of Par. manip. using Mech.s of variable structure. // Mech. and Machine Theory. 2008, v. 43, P. 1129-1140.



63. Arakelian V., Briot S., Glazunov V. Improv. of functional performance of spatial Par. manip. using Mech.s of variable structure. // Proceedings of the Twelfth World Congr. in Mech. and Machine Science. (IFTOMM), Besancon, France, 2007, v. 5, P. 159-164.
64. Baker J. E. Overconstrained 5-Bars with Par. Adjacent joint axes. Pt. 1. Method of Analysis. // Mech. and Mach. Theory, 1978, v. 13, No 2, p. 213 – 218.
65. Baker J.E. An Analysis Of the Bricard Linkages. // Mech. and Machine Theory, 1980, v. 15, No 4, p. 267-286.
66. Ball R.S. A Treatise on the Theory of Screws.-Cambridge: Cambridge University Press, 1900, 544 p.
67. Bennet G.T. A New Mech.. // Engineering, 1903, p.778-783.
68. Carricato M., Parenti-Castelli V. On the topology. and geometrical synthesis and classification of transl. Par. Mech.s. // Proceedings of the XI World Congr. in Mech. and Machine Science. Tianjin, China, 2004, P. 1624-1628.
69. Carricato M., Merlet J.-P. Inverse Geometrico-Static Problem of Under-Constrained Cable-Driven Par. Robots with Three Cables // 13th World Congr. in Mech. and Machine Science, Guanajuato, Mexico, 19-25 June, 2011. P.2
70. Ceccarelli M. Fundamentals of Mech. of Robotic Manip. Kluwer Academic Publishers, 2004, 412 p.
71. Clavel R. Device for disp. and positioning an element in space. // Brevet N WO 87//03528. Class. Internationale de brevets: B25J 17//02. Date de publication internationale: 18.06.87.
72. Denavit J.J., Hartenberg R.S.A. Kinem. Notation for Lower Pair Mech.s Based on Matrices.// Tr. ASME: Ser.E, J. Appl. Mech., 1955, v.22, No 2, P. 215-221.

73. Glazunov V., Palochkin S, Kheilo S., Shirinkin M., Nguyen Minh Thanh. On 4-DOF Particularly Decoupled Par. Mech.s. // Proceed. of the 13th World Congr. in Mech. and Machine Science IFToMM.- Guanajuato, Mexico.- 19-26 June 2011. - 8 P.

74. Gogu G. Struct. synthesis of fully-isotropic translational Par. robots via theory of linear transf. // Eur. Journal of Mech., A//Solids, , 2004, v. 23, P. 1021-1039.

75. Goldberg M. New Five-Bar and Six-Bar Linkages in Three Dimensions. // Transact. of the ASME, 1943, v.46, No 6, p. 649-661.

76. Gosselin C.M., Kong X., Foucault S., Bonev I. A fully decoupled 3-dof translational Par. Mech.. // Par. Kinematic Machines Intern. Conference. Chemnitz. Germany, 2004, P. 595–610.

77. Gosselin C.M., Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. // IEEE Transactions on Rob. and Automatics. 1990, v. 6(3), P.281-290.

78. Gough V.E. Contrib. to Discussion of Papers on Research in Automobile Stability, Control and in Tyre Performance.// Proceed. Autom. Div. Inst. Mech. Eng. 1956//57, pp 392-396.

79. Herve J. The Lie group of rigid body displac., a fundamental tool for Mech. design. // Mech. and Machine Theory. 1991, v. 34, No 8, P. 719-730.

80. Hunt K.H. Kinematic Geometry of Mech.s. Oxford: Clarendon Press, 1978, 469 p.

81. Kong X., Gosselin C. Type Synthesis of Par. Mech.s. Springer 2007, 275 p.

82. Kong X., Gosselin C.M.. Type synth. of linear translational Par. manip.. // Advances in Robot Kinematics – Theory and Applications, Boston: Kluwer Academic Publishers, 2002, P. 411–420.

83. Kuo C.-H., Dai J. S. A Fully-Isotropic Par. Orientation Mech.. 13th World Congr. in Mech. and Machine Science, Guanajuato, M´exico, 19-25 June, 2011 P.2.

84. Lee K.-M., Shah D.K. Kinem. analysis of a three-degrees-of freedom in-Par. actuated manip.. // IEEE J. of Robotics and Aut., 1988, v. 4(3), P. 354–360.

85. Mavroidis C., Roth B. Analysis of Overc. Mech.s. // Trans. of the ASME, Journal of Mechanical Design, 1995, Vol. 117, P. 69-74.

86. Merlet J. P. Par. robots. Kluwer Academic Publishers, 2000, 372p.

87. Mianovski K. Singul. analysis of Par. manip. POLMAN 3×2 with six degrees of freedom // 12th IFToMM World Congr., Besançon (France), June 18-21, 2007.

88. Mohamed M.G., Duffy J. A Direct Determ. of the Inst. Kinematics of Fully Par. Robot Manip.. // Trans. ASME: Jour. of Mech.s, Trans. and Autom. in Design. 1985, v. 107, P. 226-229.

89. Pieper D.L., Roth B. The kinematics of manip. under computer control. // Proc. II Intern. Congr. on Theory of Mach. and Mech. 1969, v. 2, P. 159-169.

90. Racila L., Dahan M.. 6R Par. Transl. Device. 13th World Congr. in Mech. and Machine Science, Guanajuato, M´exico, 19-25 June, 2011. P.2

91. Soares Júnior G. D. L., Carvalho J. C. M., Gonçalves R. S.. Stiffness Analysis of 6-RSS Par. Manip.. 13th World Congr. in Mech. and Machine Science, Guanajuato, M´exico, 19-25 June, 2011. P.3

92. Stewart D. A platform with 6 degrees of freedom. // Proc. of the Institution of mech. eng., 1965, v. 180, P. 371–386.

93. Sugimoto K. Kinematic and Dynamic Analysis of Par. Manip. by Means of Motor Algebra. // Trans. ASME: Jour. of Mech.s, Trans. and Automation in Design. 1987, v. 109, No 1, P. 3-7.
94. Sugimoto K. Existence Criteria for Overconstrained Mech.s Design. // Trans ASME: Journal of Mech.s, Trans., and Automation in Design, 1990, v. 17, No 3, P. 295-298.
95. Sutherland G., Roth B. A transm. index for spatial Mech.s. // Trans. ASME: Journal of eng. for Industry. 1973, P. 589-597.
96. Tannous M., Caro S., Goldsztejn A.. Sens. Analysis of Par. Manip. Using a Fixed Point Interval Iteration Method. 13th World Congr. in Mech. and Machine Science, Guanajuato, M´exico, 19-25 June, 2011
97. Tsai L.-W. Kinematics of a three-dof platform with three extensible limbs. // ARK, Portoroz-Bernadin, 1996, June, 22-26, P. 401–410.
98. Tsai L.-W. Robot analysis: the mech. of serial and Par. manip.. John Wiley & Sons, 1999, 505 p.
99. Voinea R., Atanasiu M. Contr.s a la Teorie geometrique des Vis. // Buletinul Institutului Politichnic. Bucuresti, 1959, N 21, f. 3, P. 69-90.
100. Yan Jin, I-Ming Chen, Guilin Yang. Structure Synthesis and Singularity Analysis of a Par. Manip. Based on Selective Act. // Proceed. of the 2004 IEEE Inter. Conf. on Robotics and Autom., New Orleans, April 2004, P. 4533-4538.
101. Waldron K. J. A Family of Overcons. Linkages. // J of Mech.s. 1967, v.2, No 2, P. 201-211.
102. Walter D. R., Husty M. L. Kinem. Analysis of the TSAI-3UPU Par. Manip. using Algebraic Methods. 13th World Congr. in Mech. and Machine Science, Guanajuato, M´exico, 19-25 June, 2011. P. 1
103. Wohlhart K. Irregular Polyhedral Linkages. // Proc. of the XI World Congr. in Mech. and Mach. Science. Tianjin, China, 2004, P. 1083-1087.
104. Yi me E., Moreno H., Saltar´en R.. A Novel 6 dof Par. Robot With Decoupled Trans. and Rotation. 13th World Congr. in Mech. and Machine Science, Guanajuato, M´exico, 19-25 June, 2011 P.1
105. Zhen Huang The Kinem. and Type Synthesis of Lower-Mobility Par. Robot Manip.. // Proceedings of the XI World Congr. in Mech. and Machine Science. Tianjin, China, 2004, P. 65-70. DESMA Today 2005 №4 8 c.